

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση

$$(\lambda+2)x^2 + (2\lambda+3)x + \lambda - 2 = 0 \quad (1), \quad \text{με παράμετρο } \lambda \neq -2.$$

α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι:

$$\Delta = 12\lambda + 25 \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \neq -2$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 7)

γ) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο των ριζών $P = x_1 \cdot x_2$. (Μονάδες 4)

δ) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ ώστε για τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) να ισχύει η σχέση :

$$(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0 \quad (\text{Μονάδες } 8)$$