α) Ισχύει ότι: $\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha_3 - \alpha_2 \Leftrightarrow$

$$(2x^2 - 3x - 4) - x = (x^2 - 2) - (2x^2 - 3x - 4) \Leftrightarrow$$

$$3x^2 - 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 3 \text{ ή } x = -\frac{2}{3} \text{ (απορρίπτεται γιατί δεν είναι ακέραιος)}$$

Άρα x = 3 και οι τρεις πρώτοι όροι της αριθμητικής προόδου είναι $\alpha_1 = 3$, $\alpha_2 = 5$ και $\alpha_3 = 7$

β) Η αριθμητική πρόοδος έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = 3$ και διαφορά ω = 2. Άρα ο ν-οστός όρος της προόδου είναι: $\alpha_\nu = 3 + (\nu - 1)\cdot 2 = 2\nu + 1$

Αν υπάρχει όρος της προόδου ίσος με 2014 θα πρέπει η εξίσωση $\alpha_\nu = 2014$ να έχει λύση φυσικό αριθμό.

Έχουμε λοιπόν: $\alpha_\nu = 2014 \Leftrightarrow$

$$2\nu + 1 = 2014 \Leftrightarrow$$

$$\nu = \frac{2013}{2} = 1006{,}5 \text{ που δεν είναι φυσικός αριθμός}$$

Άρα δεν υπάρχει όρος της προόδου που να ισούται με 2014.

γ) $S = \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + \ldots + \alpha_{15} = 3 + 7 + 11 + \ldots + 31$

Οι όροι του αθροίσματος είναι όροι αριθμητικής προόδου με $\beta_1 = 3$ και ω' = 4. Πρέπει να βρούμε το πλήθος τους. Έχουμε $\beta_\nu = 31 \Leftrightarrow 3 + (\nu-1)\cdot 4 = 31 \Leftrightarrow 4\nu = 32 \Leftrightarrow \nu = 8$. Οπότε το πλήθος των όρων είναι 8.

Οπότε $S = S_8 = \frac{8}{2}\left[2\cdot 3 + (8-1)\cdot 4\right] = 136$