α) Τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g με τον άξονα x΄x τις βρίσκουμε λύνοντας την εξίσωση g(x) = 0. Τότε:

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 3 \text{ ή } x = -3$$

Άρα τα ζητούμενα σημεία είναι τα A(– 3, 0) και B(3, 0).

β) Είναι:

$f(3) = 4 \cdot 3 + 2 = 14 \neq 0$ και

$f(-3) = 4 \cdot (-3) + 2 = -10 \neq 0$

Άρα η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει τους άξονες σε κάποιο από τα σημεία (3, 0) και (– 3, 0).

γ) Έστω ότι υπάρχει κοινό σημείο $(x_0, 0)$ του άξονα x΄x στο οποίο τέμνονται οι C_f, C_g. Τότε ισχύει:

$$(f(x_0) = 0 \text{ και } g(x_0) = 0) \Leftrightarrow$$

$$(4x_0 + 2 = 0 \text{ και } x_0^2 - 9 = 0) \Leftrightarrow$$

$$\left(x_0 = -\frac{1}{2} \text{ και } x_0 = \pm 3\right)$$

που είναι άτοπο. Άρα οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g δεν έχουν κοινό σημείο πάνω στον άξονα x΄x.

Έστω οι γραφικές παραστάσεις έχουν κοινό σημείο πάνω στον άξονα y΄y. Τότε πρέπει:

$$f(0) = g(0) \Leftrightarrow 2 = -9$$

που είναι άτοπο. Άρα οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g δεν έχουν κοινό σημείο πάνω στον άξονα y΄y.

δ) Επειδή η γραφική παράσταση της h είναι ευθεία, η εξίσωση της θα έχει τη μορφή

$$h(x) = \alpha x + \beta, \ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Επειδή η γραφική παράσταση της h διέρχεται από το σημείο A(0, 3) ισχύει ότι:

$$h(0) = 3 \Leftrightarrow$$

$$\alpha \cdot 0 + \beta = 3 \Leftrightarrow$$

$$\beta = 3$$

Επομένως η εξίσωση της ευθείας γίνεται:

$$h(x) = \alpha x + 3, \ \alpha \in \mathbb{R}$$

Επίσης η γραφική παράσταση της h τέμνει τη γραφική παράσταση της g σε σημείο του ημιάξονα Ox οπότε ισχύει:

$$h(3) = g(3) \Leftrightarrow 3\alpha + 3 = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 3\alpha = -3 \ \Leftrightarrow \alpha = -1$$

Τελικά η ζητούμενη συνάρτηση έχει τύπο $h(x) = -x + 3$.