α) Για $\lambda = 5$ η εξίσωση γίνεται:

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα $\Delta = (-10)^2 - 4\cdot 25 = 0$, οπότε η εξίσωση έχει μια ρίζα διπλή.

β) Η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5 = 0$ έχει διπλή ρίζα, αν και μόνο αν

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow$$

$$(-2\lambda)^2 - 4(4\lambda + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$4\lambda^2 - 16\lambda - 20 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda = 5 \text{ ή } \lambda = -1$$

Συνεπώς και για $\lambda = -1$ η εξίσωση έχει διπλή ρίζα.

γ) Η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5 = 0$ έχει δυο ρίζες άνισες, αν και μόνο αν

$$\Delta > 0 \overset{(\beta)}{\Leftrightarrow}$$

$$\lambda^2 - 4\lambda - 5 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda < -1 \text{ ή } \lambda > 5$$

δ) Αν

$$|\lambda^2 - 4\lambda - 5| = 4\lambda - \lambda^2 + 5 = -(\lambda^2 - 4\lambda - 5) \qquad \lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 5\},$$

τότε $\lambda^2 - 4\lambda - 5 < 0$, δηλαδή η διακρίνουσα του τριωνύμου $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5$ είναι αρνητική, οπότε η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5 = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.