

α) Οι τετμημένες των σημείων τομής των C_f, C_g αποτελούν λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$. Τότε:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 3x + 2 = x + 1 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = -1$$

Άρα οι C_f, C_g έχουν μόνο ένα κοινό σημείο, το $A(-1, g(-1))$ δηλαδή το $A(-1, 0)$ (η ευθεία εφάπτεται της παραβολής).

β) Οι τετμημένες των κοινών σημείων των C_f, C_h είναι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = h(x)$. Δηλαδή:

$$f(x) = h(x) \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 3x + 2 = x + \alpha \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x + (2 - \alpha) = 0, \alpha \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 - \alpha) = 4 - 8 + 4\alpha = 4\alpha - 4 = 4(\alpha - 1)$$

i) Αν $\alpha > 1$, τότε $\Delta > 0$ και η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες το οποίο σημαίνει ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, h έχουν δύο κοινά σημεία.

ii) Αν $\alpha < 1$, τότε $\Delta < 0$ και η εξίσωση (1) δεν έχει πραγματικές ρίζες το οποίο σημαίνει ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, h δεν έχουν κοινά σημεία.