α) Επειδή το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$ οι αριθμοί -2 και 1 αποτελούν ρίζες του τριωνύμου του παρονομαστή. Τότε πρέπει:

$$1 + \kappa + \lambda = 0 \ (1) \quad \text{και} \quad 4 - 2\kappa + \lambda = 0 \ (2)$$

Αφαιρούμε κατά μέλη τις (1), (2) και βρίσκουμε:

$$3 - 3\kappa = 0 \Leftrightarrow 3\kappa = 3 \Leftrightarrow \kappa = 1$$

Αντικαθιστούμε την τιμή $\kappa = 1$ στην ισότητα (1) και βρίσκουμε:

$$1 + 1 + \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = -2$$

β) i) Για $\kappa = 1$ και $\lambda = -2$ ο τύπος της g γράφεται:

$$g(x) = \frac{(x^2-1)(x^2-4)}{x^2+x-2}$$

Το τριώνυμο $x^2 + x - 2$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 9$ και ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = 1 \\ \frac{-1-3}{2} = -2 \end{cases}$$

Τότε ο τύπος της g γράφεται:

$$g(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+2)} = (x+1)(x-2)$$

ii) Οι ρίζες της εξίσωσης $g(x) = 0$ είναι οι $x_1 = -1$ και $x_2 = 2$. Τότε το πρόσημο της g για $x \in \mathbb{R} - \{-2, 1\}$ είναι:

- $g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1, 1) \cup (1, 2)$
- $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (2, +\infty)$

Επειδή $\alpha, \beta \in (-1, 1) \cup (1, 2)$, προκύπτει ότι $g(\alpha) < 0$ και $g(\beta) < 0$.

Τελικά $g(\alpha)g(\beta) > 0$.