α) Επειδή το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς αυξάνει καθώς ανεβαίνουμε από σειρά σε σειρά, κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων *ω*, οι αριθμοί που εκφράζουν το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου (α_ν), με $\alpha_1 = 16$ και διαφορά *ω*.

Είναι:

$$\alpha_7 = 28 \Leftrightarrow$$

$$\alpha_1 + (7-1)\omega = 28 \Leftrightarrow$$

$$16 + 6\omega = 28 \Leftrightarrow$$

$$6\omega = 12 \Leftrightarrow$$

$$\omega = 2$$

Άρα $\alpha_1 = 16$ και $\omega = 2$.

β) Έχουμε:

$$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega \Leftrightarrow$$

$$\alpha_\nu = 16 + (\nu-1)2 \Leftrightarrow$$

$$\alpha_\nu = 16 + 2\nu - 2 \Leftrightarrow$$

$$\alpha_\nu = 14 + 2\nu, \quad \text{με } 1 \le \nu \le 20$$

γ) Το πλήθος των καθισμάτων του θεάτρου είναι:

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2\alpha_1 + (20-1)\omega] \Leftrightarrow$$

$$S_{20} = 10(2 \cdot 16 + 19 \cdot 2) \Leftrightarrow$$

$$S_{20} = 10(32 + 38) \Leftrightarrow$$

$$S_{20} = 10 \cdot 70 \Leftrightarrow$$

$$S_{20} = 700$$

δ) Ο αριθμός των κενών καθισμάτων σε κάθε σειρά είναι αριθμητική πρόοδος (β_ν) με $\beta_1 = 6$ και $\omega' = 3$. Ο ν – οστός όρος που εκφράζει το πλήθος των κενών καθισμάτων είναι:

$$\beta_\nu = \beta_1 + (\nu-1)\omega' \Leftrightarrow$$

$$\beta_\nu = 6 + (\nu-1)3 \Leftrightarrow$$

$$\beta_\nu = 6 + 3\nu - 3 \Leftrightarrow$$

$\beta_\nu = 3 + 3\nu$, με $1 \le \nu \le 11$ (διότι τα κενά καθίσματα δεν μπορεί να είναι περισσότερα από τα καθίσματα της κάθε σειράς. Δηλαδή πρέπει $\beta_\nu \le \alpha_\nu \Leftrightarrow \nu \le 11$)

i) Όλα τα καθίσματα της ν-οστής σειράς θα είναι κενά, όταν:

$$\beta_\nu = \alpha_\nu \Leftrightarrow$$

$$3 + 3\nu = 14 + 2\nu \Leftrightarrow$$

$$\nu = 11$$

Άρα από την 11^{η} σειρά μέχρι και την 20^{η} όλα τα καθίσματα του θεάτρου είναι κενά.

ii) Το πλήθος των κενών καθισμάτων στις 10 πρώτες σειρές είναι:

$$S'_{10} = \frac{10}{2}[2\beta_1 + (10-1)\omega'] \Leftrightarrow$$

$$S'_{10} = 5(2 \cdot 6 + 9 \cdot 3) \Leftrightarrow$$

$$S'_{10} = 5(12 + 27) \Leftrightarrow$$

$$S'_{10} = 5 \cdot 39 \Leftrightarrow$$

$$S'_{10} = 195$$

Το πλήθος των καθισμάτων στις 10 πρώτες σειρές είναι:

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2\alpha_1 + (10-1)\omega] \Leftrightarrow$$

$$S_{10} = 5(2 \cdot 16 + 9 \cdot 2) \Leftrightarrow$$

$$S_{10} = 5(32 + 18) \Leftrightarrow$$

$$S_{10} = 5 \cdot 50 \Leftrightarrow$$

$$S_{10} = 250$$

Ο αριθμός των θεατών που κάθονται στις 10 πρώτες σειρές είναι:

$$S_{10} - S'_{10} = 250 - 195 = 55$$

Αυτός είναι και ο συνολικός αριθμός των θεατών αφού από την 11^{η} σειρά και μετά τα καθίσματα είναι κενά.