

α) Η πρόοδος που έχει δοθεί είναι αριθμητική με $a_1 = 1$ και $\omega = 1$. Τότε:

$$\begin{aligned} S_v &= \frac{v}{2}[2a_1 + (v-1)\omega] = \\ &= \frac{v}{2}[2 \cdot 1 + (v-1) \cdot 1] = \\ &= \frac{v}{2}(2 + v - 1) = \\ &= \frac{v}{2}(1 + v) = \frac{v+v^2}{2} \end{aligned}$$

β) Είναι:

$$\begin{aligned} S_v = 45 &\Leftrightarrow \frac{v+v^2}{2} = 45 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow v^2 + v = 45 \cdot 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow v^2 + v - 90 = 0 \end{aligned}$$

Η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361 > 0$$

και οι ρίζες είναι:

$$v_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 19}{2} = \begin{cases} \frac{-1+19}{2} = 9 \\ \frac{-1-19}{2} = -10 \end{cases}$$

Η τιμή $v = -10$ απορρίπτεται. Επομένως πρέπει να χρησιμοποιήσουμε 9 διαδοχικούς θετικούς ακέραιους για να πάρουμε άθροισμα τον αριθμό 45.