

α) • Για $\lambda = -1$, η εξίσωση γράφεται:

$$((-1)^2 - 9)x = (-1)^2 - 3(-1) \Leftrightarrow -8x = 4$$

• Για $\lambda = 0$, η εξίσωση γράφεται:

$$(0^2 - 9)x = 0^2 - 3 \cdot 0 \Leftrightarrow -9x = 0$$

• Για $\lambda = 1$, η εξίσωση γράφεται:

$$(1^2 - 9)x = 1^2 - 3 \cdot 1 \Leftrightarrow -8x = -2$$

β) Η εξίσωση (1) έχει μοναδική λύση αν και μόνο αν:

$$\lambda^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\lambda - 3)(\lambda + 3) \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\lambda - 3 \neq 0 \text{ και } \lambda + 3 \neq 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\lambda \neq 3 \text{ και } \lambda \neq -3)$$

γ) Για $x = 4$ η εξίσωση (1) γράφεται:

$$(\lambda^2 - 9) \cdot 4 = \lambda^2 - 3\lambda \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4(\lambda - 3)(\lambda + 3) = \lambda(\lambda - 3) \stackrel{\lambda \neq 3}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4(\lambda - 3)(\lambda + 3)}{\lambda - 3} = \frac{\lambda(\lambda - 3)}{\lambda - 3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4(\lambda + 3) = \lambda \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\lambda + 12 = \lambda \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3\lambda = -12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda = -4$$