

α) Για κάθε $\alpha < 0$, ισχύει:

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} \leq -2 \Leftrightarrow \alpha^2 + 1 \geq -2\alpha \Leftrightarrow \alpha^2 + 2\alpha + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (\alpha + 1)^2 \geq 0, \text{ ισχύει}$$

β) Αφού $\alpha < 0$ είναι $|\alpha| = -\alpha$, Τότε:

$$|\alpha| + \left| \frac{1}{\alpha} \right| \geq 2 \Leftrightarrow -\alpha - \frac{1}{\alpha} \geq 2 \Leftrightarrow \alpha + \frac{1}{\alpha} \leq -2, \text{ ισχύει από σκέλος (α)}$$