α) Είναι:

$$\frac{|x+1|}{3} - \frac{|x+1|+4}{5} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5|x+1| - 3(|x+1|+4) = 5 \cdot 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5|x+1| - 3|x+1| - 12 = 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2|x+1| = 22 \Leftrightarrow |x+1| = 11 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+1 = -11 \ \text{ ή } \ x+1 = 11) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = -12 \ \text{ ή } \ x = 10)$$

β) Το τριώνυμο $-x^2 + 2x + 3$ έχει $\alpha = -1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 4 + 12 = 16 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} \frac{-2+4}{-2} = -1 \\ \frac{-2-4}{-2} = 3 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$-x^2 + 2x + 3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Επομένως ισχύει:

$$-x^2 + 2x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow (x \leq -1 \ \text{ ή } \ x \geq 3) \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

γ) Ο αριθμός -12 ανήκει στο διάστημα $(-\infty, -1]$ και ο αριθμός 10 ανήκει στο διάστημα $[3, +\infty)$. Συνεπώς και οι δύο αριθμοί είναι λύσεις της δοθείσας ανίσωσης.