

α) Είναι:

$$\begin{aligned} |2x - 5| \leq 3 &\Leftrightarrow -3 \leq 2x - 5 \leq 3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -3 + 5 &\leq 2x - 5 + 5 \leq 3 + 5 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 \leq 2x &\leq 8 \Leftrightarrow \frac{2}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{8}{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 \leq x &\leq 4 \quad (1) \end{aligned}$$

Το τριώνυμο $2x^2 - x - 1$ έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9 > 0$$

και ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{1+3}{4} = 1 \\ \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

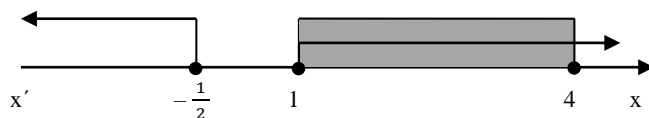
Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$2x^2 - x - 1$	+	○	-	○	+

Επομένως ισχύει:

$$2x^2 - x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \left(x \leq -\frac{1}{2} \text{ ή } x \geq 1\right) \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, +\infty) \quad (2)$$

β) Παριστάνουμε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα αριθμών:



Όπως φαίνεται από το σχήμα, οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων είναι:

$$1 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow x \in [1, 4]$$