

α) Είναι: $\alpha = 1$, $\beta = -2\lambda$ και $\gamma = 4(\lambda - 1)$. Τότε:

$$\begin{aligned}\Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma = \\ &= (-2\lambda)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4(\lambda - 1) = \\ &= 4\lambda^2 - 16\lambda + 16 = \\ &= (2\lambda - 4)^2\end{aligned}$$

β) Επειδή $\Delta = (2\lambda - 4)^2 \geq 0$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές.

γ) Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-2\lambda}{1} = 2\lambda \text{ και} \\ x_1 x_2 &= \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{4(\lambda-1)}{1} = 4(\lambda - 1) = 4\lambda - 4\end{aligned}$$

Άρα:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= x_1 x_2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2\lambda &= 4\lambda - 4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4 &= 2\lambda \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \lambda &= 2\end{aligned}$$