

α) Η συνάρτηση ορίζεται για $x \in R$ με:

$$x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$$

Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το $A = R - \{3\}$.

Θα παραγοντοποιήσουμε το $x^2 - 5x + 6$.

Το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -5$, $\gamma = 6$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5+1}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

Τότε:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

β) Ο τύπος της f γράφεται:

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = \frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = x - 2, \quad x \neq 3$$

γ) Για τις τετμημένες των σημείων τομής της C_f με τον άξονα $x'x$ λύνουμε την εξίσωση:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Άρα η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(2, 0)$.

Επίσης έχουμε:

$$f(0) = 0 - 2 = -2$$

Άρα η C_f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0, -2)$.