

α) Η παράσταση Π ορίζεται για  $x \in R$  με:

$$\begin{aligned}(x^2 - x \neq 0 \text{ και } 1 - x \neq 0) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x(x - 1) \neq 0 \text{ και } x \neq 1) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x \neq 0 \text{ και } x - 1 \neq 0 \text{ και } x \neq 1) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x \neq 0 \text{ και } x \neq 1 \text{ και } x \neq 1) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x \neq 0 \text{ και } x \neq 1) &\end{aligned}$$

Επομένως η παράσταση Π έχει νόημα πραγματικού αριθμού για κάθε  $x \in R - \{0, 1\}$

β) Για κάθε  $x \in R - \{0, 1\}$  ισχύει ότι:

$$\begin{aligned}\frac{2x^2-1}{x^2-x} + \frac{1}{1-x} = 0 &\Leftrightarrow \frac{2x^2-1}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x(x-1) \frac{2x^2-1}{x(x-1)} - x(x-1) \frac{1}{x-1} = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 1 - x = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 &\end{aligned}$$

Για  $\alpha = 2$ ,  $\beta = -1$  και  $\gamma = -1$ , βρίσκουμε:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9 > 0$$

Οι ρίζες της εξίσωσης είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{1+3}{4} = 1 \\ \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Η ρίζα  $x = 1$  απορρίπτεται λόγω του περιορισμού.

Τελικά η εξίσωση έχει μοναδική ρίζα την  $x = -\frac{1}{2}$ .