

α) Είναι:

$$3 \leq x \leq 5 \Leftrightarrow -3 \geq -x \geq -5 \Leftrightarrow -5 \leq -x \leq -3 \quad (1)$$

και από υπόθεση ισχύει ότι $-2 \leq y \leq -1$ (2).

Προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (1) και (2) και βρίσκουμε:

$$-2 - 5 \leq y - x \leq -1 - 3 \Leftrightarrow -7 \leq y - x \leq -4$$

β) Ισχύει ότι:

$$3 \leq x \leq 5 \Leftrightarrow 3^2 \leq x^2 \leq 5^2 \Leftrightarrow 9 \leq x^2 \leq 25 \quad (3)$$

και:

$$-2 \leq y \leq -1 \Leftrightarrow -2 \cdot (-1) \geq y \cdot (-1) \geq -1 \cdot (-1) \Leftrightarrow 2 \geq -y \geq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq -y \leq 2 \Leftrightarrow 1^2 \leq (-y)^2 \leq 2^2 \Leftrightarrow 1 \leq y^2 \leq 4 \quad (4)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (3) και (4) και βρίσκουμε:

$$9 + 1 \leq x^2 + y^2 \leq 25 + 4 \Leftrightarrow 10 \leq x^2 + y^2 \leq 29$$