

α) Οι αριθμοί  $x + 4$ ,  $2 - x$ ,  $6 - x$ , είναι με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι μιας γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν:

$$\begin{aligned}(2 - x)^2 &= (6 - x) \cdot (x + 4) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4 - 4x + x^2 &= 6x + 24 - x^2 - 4x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 20 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 &= 0 \quad (1)\end{aligned}$$

Η εξίσωση έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49 > 0$$

Άρα η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{3+7}{2} = 5 \\ \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases}$$

β) i) Για  $x = 5$ :

$$\alpha_2 = x + 4 = 9, \quad \alpha_3 = 2 - x = -3 \quad \text{και} \quad \alpha_4 = 6 - x = 1$$

Ο λόγος είναι  $\lambda = \frac{\alpha_4}{\alpha_3} = -\frac{1}{3}$ .

ii) Είναι:

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \alpha_1 \lambda^{2-1} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 9 &= \alpha_1 \left(-\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \alpha_1 &= -27\end{aligned}$$