

α) Είναι $2 \leq \alpha \leq 4$ (1) και

$$\begin{aligned} & -4 \leq \beta \leq -3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & -4 \cdot (-2) \geq -2\beta \geq -3 \cdot (-2) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 8 \geq -2\beta \geq 6 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 6 \leq -2\beta \leq 8 \quad (2) \end{aligned}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (1) και (2) και βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 2 + 6 & \leq \alpha - 2\beta \leq 4 + 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 8 \leq \alpha - 2\beta \leq 12 \end{aligned}$$

β) Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} 2 & \leq \alpha \leq 4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 2^2 \leq \alpha^2 \leq 4^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 4 \leq \alpha^2 \leq 16 \quad (3) \end{aligned}$$

Πολλαπλασιάζουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (1) και (2) και βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 6 \cdot 2 & \leq -2\alpha\beta \leq 8 \cdot 4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 12 \leq -2\alpha\beta \leq 32 \quad (4) \end{aligned}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (3) και (4) και βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 4 + 12 & \leq \alpha^2 - 2\alpha\beta \leq 16 + 32 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & 16 \leq \alpha^2 - 2\alpha\beta \leq 48 \end{aligned}$$