

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης g διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$ αν και μόνο αν:

$$\begin{aligned}g(1) = -4 &\Leftrightarrow \frac{2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \mu}{1+1} = -4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2-4+\mu}{2} = -4 &\Leftrightarrow -2 + \mu = -8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \mu = -6 &\end{aligned}$$

β) Η συνάρτηση ορίζεται για $x \in \mathbb{R}$ με:

$$x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$$

Άρα το πεδίο ορισμού της g είναι το $A = \mathbb{R} - \{-1\}$.

γ) Για $\mu = -6$ ο τύπος της g γράφεται:

$$g(x) = \frac{2x^2 - 4x - 6}{x+1}$$

Θα παραγοντοποιήσουμε το τριώνυμο $2x^2 - 4x - 6$.

Το τριώνυμο $2x^2 - 4x - 6$ έχει $\alpha = 2$, $\beta = -4$, $\gamma = -6$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 16 + 48 = 64 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm 8}{4} = \begin{cases} \frac{4+8}{4} = 3 \\ \frac{4-8}{4} = -1 \end{cases}$$

Άρα:

$$2x^2 - 4x - 6 = 2(x-3)(x-(-1)) = 2(x-3)(x+1)$$

Τότε, μετά από τις σχετικές πράξεις και απλοποιήσεις ο τύπος της g γράφεται:

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{2x^2 - 4x - 6}{x+1} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow g(x) &= \frac{2(x-3)(x+1)}{x+1} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow g(x) &= 2(x-3) = 2x - 6, \text{ με } x \neq -1\end{aligned}$$