

α) Πρέπει:

$$x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$$

Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το $A = \mathbb{R} - \{4\}$.

Ο τύπος της f μετά τις σχετικές παραγοντοποιήσεις και απλοποιήσεις γράφεται:

$$f(x) = \frac{x^3 - 16x}{x-4} = \frac{x(x^2 - 16)}{x-4} = \frac{x(x-4)(x+4)}{x-4} = x(x+4) = x^2 + 4x$$

β) Είναι:

$$f(x) = 32 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 32 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 32 = 0$$

Το τριώνυμο $x^2 + 4x - 32$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = 4$, $\gamma = -32$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32) = 16 + 128 = 144 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{-4+12}{2} = 4 \\ \frac{-4-12}{2} = -8 \end{cases}$$

Επειδή η f ορίζεται στο $A = \mathbb{R} - \{4\}$ δεκτή είναι μόνο η τιμή $x = -8$.