α) Το τριώνυμο $x^2 - 10x + 21$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -10$, $\gamma = 21$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21 = 100 - 84 = 16 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{10+4}{2} = 7 \\ \frac{10-4}{2} = 3 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	3		7	$+\infty$
$x^2 - 10x + 21$	+	0	−	0	+

Επομένως ισχύει:

$$x^2 - 10x + 21 < 0 \Leftrightarrow 3 < x < 7 \Leftrightarrow x \in (3, 7)$$

β) i) Για $3 < x < 7$ είναι $x - 3 > 0$, οπότε:

$$|x - 3| = x - 3$$

και από το σκέλος (α) ισχύει $x^2 - 10x + 21 < 0$, οπότε:

$$|x^2 - 10x + 21| = -(x^2 - 10x + 21) = -x^2 + 10x - 21$$

Τότε η παράσταση Α γράφεται:

$$A = x - 3 - x^2 + 10x - 21 = -x^2 + 11x - 24$$

ii) Είναι:

$$A = 6 \Leftrightarrow -x^2 + 11x - 24 = 6 \Leftrightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$$

Η εξίσωση έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1 > 0$$

Οι ρίζες της εξίσωσης είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{11+1}{2} = 6 \\ \frac{11-1}{2} = 5 \end{cases}$$

Οι ρίζες $x = 5$, $x = 6$ είναι και οι δύο δεκτές διότι ανήκουν στο διάστημα $(3, 7)$.