α) Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5\beta)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2\beta^2 = 25\beta^2 - 16\beta^2 = 9\beta^2 > 0$$

Άρα η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5\beta) \pm \sqrt{9\beta^2}}{2 \cdot 2} = \frac{5\beta \pm 3\beta}{4} = \begin{cases} \frac{5\beta + 3\beta}{4} = 2\beta \\ \frac{5\beta - 3\beta}{4} = \frac{\beta}{2} \end{cases}$$

Σημείωση: Μια εναλλακτική λύση είναι η εξής:

Η $x_1 = 2\beta$ είναι ρίζα της (1), διότι την επαληθεύει:

$$2(2\beta)^2 - 5\beta(2\beta) + 2\beta^2 = 8\beta^2 - 10\beta^2 + 2\beta^2 = 0$$

Ομοίως η $x_2 = \frac{\beta}{2}$ είναι ρίζα της (1), διότι την επαληθεύει:

$$2\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - 5\beta\left(\frac{\beta}{2}\right) + 2\beta^2 = 2\frac{\beta^2}{4} - 5\frac{\beta^2}{2} + 2\beta^2 = \frac{\beta^2}{2} - \frac{5\beta^2}{2} + 2\beta^2 = \frac{-4\beta^2}{2} + 2\beta^2 = 0$$

Άρα η εξίσωση (1) έχει ρίζες της x_1 , x_2 με $x_1 \neq x_2$.

β) Οι αριθμοί 2β, β, $\frac{\beta}{2}$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, διότι

$\frac{\beta}{2\beta} = \frac{1}{2}$ και $\frac{\frac{\beta}{2}}{\beta} = \frac{\beta}{2\beta} = \frac{1}{2}$, δηλαδή ο λόγος των όρων με τη σειρά που δίνονται είναι σταθερός $\lambda = \frac{1}{2}$