

α) Το τριώνυμο $2x^2 - 3x - 2$ έχει $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\gamma = -2$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{3+5}{4} = 2 \\ \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Τότε:

$$2x^2 - 3x - 2 = 2\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)(x - 2) = (2x + 1)(x - 2)$$

β) Για να έχει νόημα πραγματικού αριθμού η παράσταση K πρέπει ο παρονομαστής της να είναι διαφορετικός του μηδενός. Δηλαδή:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x - 2 &\neq 0 \stackrel{(\alpha)}{\Leftrightarrow} \\ &\Leftrightarrow (2x + 1)(x - 2) \neq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (2x + 1 \neq 0 \text{ και } x - 2 \neq 0) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(x \neq -\frac{1}{2} \text{ και } x \neq 2\right) \end{aligned}$$

γ) Για $x \neq -\frac{1}{2}$ και $x \neq 2$ ισχύει ότι:

$$K = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 3x - 2} = \frac{(x-2)^2}{(2x+1)(x-2)} = \frac{x-2}{2x+1}$$