ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (22 – 05 – 2021)

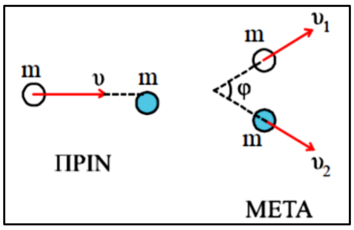
Θέμα Α

Α1. α
Α2. α
Α3. δ
Α4. δ
Α5. (α) Σ (β) Σ (γ) Λ (δ) Σ (ε) Λ

Θέμα Β

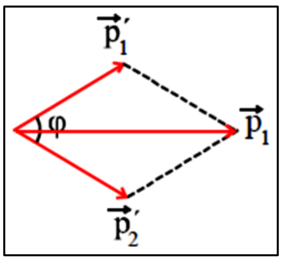
Β1. Σωστή απάντηση είναι η (ii)

Επειδή η κρούση είναι ελαστική ισχύει η αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωμάτων δηλαδή:



$$K_{αρχ}^{συστ} = K_{τελ}^{συστ} \rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2}mυ_1^2 + \frac{1}{2}mυ_2^2 \rightarrow$$
$$υ^2 = υ_1^2 + υ_2^2 \quad (1)$$

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά την κρούση, έχουμε:



$$\vec{p}_{αρχ}^{\,συστ} = \vec{p}_{τελ}^{\,συστ} \rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'}.$$

Από την πρόσθεση των διανυσμάτων $\vec{p}_1^{\,'}$ και $\vec{p}_2^{\,'}$ παίρνουμε:

$$p_1^2 = p_1^{'2} + p_2^{'2} + 2\,p_1^{'}\,p_2^{'}συνφ \rightarrow$$
$$m^2υ^2 = m^2υ_1^2 + m^2υ_2^2 + 2\,mυ_1\,mυ_2συνφ \rightarrow$$
$$υ^2 = υ_1^2 + υ_2^2 + 2\,υ_1\,υ_2συνφ \xrightarrow{(1)} 2\,υ_1υ_2συνφ = 0 \quad (2)$$

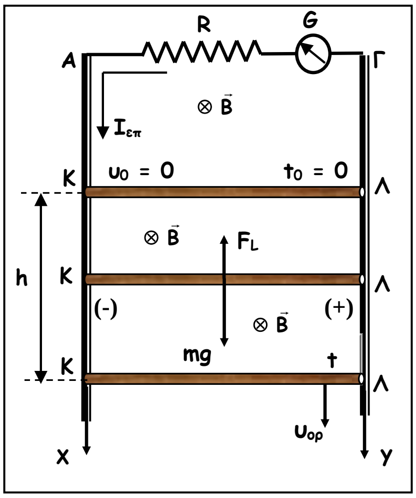
Επειδή η κρούση δεν είναι κεντρική, είναι $υ_1 \neq 0$ και $υ_2 \neq 0$, οπότε από την σχέση (2) προκύπτει: συνφ = 0 $\rightarrow$ $\boldsymbol{φ = \frac{π}{2}\,rad = 90^0}$.

B2. *(A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)*

Όταν η ράβδος αρχίζει να κινείται, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή μέσα από την επιφάνεια που ορίζει με την κίνηση της (εφόσον αυξάνεται το εμβαδόν επιφάνειας), οπότε σύμφωνα με το νόμο του Faraday, στον αγωγό θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{επ} = \frac{|d\Phi|}{dt} \rightarrow E_{επ} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{dt} \rightarrow E_{επ} = \frac{B\,(S_{τελ} - S_{αρχ})}{dt} \rightarrow E_{επ} = \frac{B\,dS}{dt} \xrightarrow{dS\,=\,\ell\,dx}$$

$$E_{επ} = \frac{B\,\ell\,dx}{dt} \xrightarrow{υ\,=\,\frac{dx}{dt}} \mathbf{E_{επ} = B\,υ\,\ell}$$



Επειδή το κύκλωμα είναι κλειστό διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα η ένταση του οποίου είναι:

$$I_{επ} = \frac{E_{ΕΠ}}{R} = \frac{Bυ\ell}{R}.$$

Άρα η ράβδος θα δέχεται δύναμη Laplace η οποία σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz πρέπει να έχει φορά αντίθετη από την φορά της κίνησης.

Αρχικά ο αγωγός κάνει επιταχυνόμενη κίνηση. Η ταχύτητά του αυξάνεται, οπότε αυξάνεται η ΗΕΔ από επαγωγή, που εμφανίζεται στα άκρα του ($E_{ΕΠ} = B\,υ\,L$), η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα ($I_{επ} = \frac{E_{ΕΠ}}{R_{ολ}}$) άρα και το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ($F_L = B\,I_{επ}\,L$). Όσο η F_L είναι μικρότερη από το βάρος, ο αγωγός κάνει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται. Κάποια στιγμή η δύναμη Laplace γίνεται αντίθετη από το βάρος ($\Sigma F = 0$). Τότε επειδή $α = \frac{\Sigma F}{m} = 0$ στη συνέχεια ο αγωγός κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $υ = υ_{ορ}$ το μέτρο της οποίας υπολογίζεται ως εξής:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow mg - F_L = 0 \rightarrow mg = BI_{επ}\,\ell \rightarrow mg = B\frac{Bυ_{ορ}\ell}{R}\,\ell \rightarrow m\,g = \frac{B^2υ_{ορ}\,l^2}{R} \rightarrow$$

$$g\,m\,R = B^2\,υ_{ορ}\,\ell^2 \rightarrow \mathbf{υ_{ορ}} = \frac{\mathbf{m\,g\,R}}{\mathbf{B^2\,l^2}}.$$

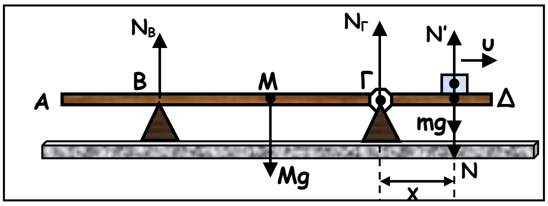
B2. *(B) Σωστή απάντηση είναι η (β)*

Με το βαλλιστικό γαλβανόμετρο μπορούμε να μετρήσουμε το συνολικό (αλγεβρική τιμή) ηλεκτρικό φορτίο που μετατοπίστηκε από μια διατομή του κυκλώματος, το οποίο **σύμφωνα με το νόμο Neumann** είναι:

$$|q_{επ}| = \frac{|\Delta\Phi|}{R} \rightarrow = |q_{επ}| = \frac{B\,(S_{τελ} - S_{αρχ})}{R} = \frac{B\,\Delta S}{R} \xrightarrow{\Delta S = l\,h} |q_{επ}| = \frac{B\,l\,h}{R} \rightarrow \mathbf{h} = \frac{|q_{επ}|R}{B\,l}.$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (iii).

Έστω x η απόσταση του κύβου, από το σημείο Γ, τη χρονική στιγμή t_1 που η ράβδος ανατρέπεται.



Από την ισορροπία του κύβου παίρνουμε ότι:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow N' = mg \xrightarrow{m = 2M} N' = 2Mg$$

όπου N' η δύναμη που δέχεται ο κύβος από τη ράβδο.

Αλλά N' = N επειδή έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης, οπότε N = 2Mg η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον κύβο.

Η ράβδος ισορροπεί, άρα:

$$\Sigma\tau_{(Γ)} = 0 \rightarrow -N\,x + Mg\,\frac{L}{4} - N_B\,\frac{L}{2} = 0 \rightarrow N_B\,\frac{L}{2} = Mg\,\frac{L}{4} - N\,x \xrightarrow{N = 2Mg}$$

$$N_B = Mg\,\frac{1}{2} - 2Mg\,\frac{2x}{L}.$$

Τη χρονική στιγμή που η ράβδος ανατρέπεται:

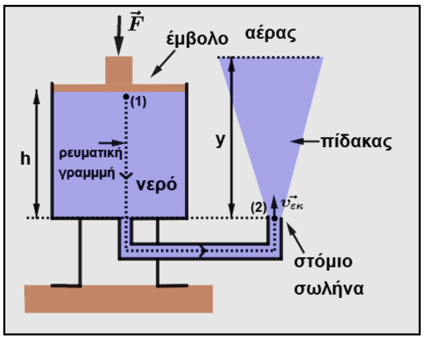
$$N_B = 0 \rightarrow Mg\,\frac{1}{2} - 2Mg\,\frac{2x}{L} = 0 \rightarrow 2Mg\,\frac{2x}{L} = Mg\,\frac{1}{2} \rightarrow \frac{4x}{L} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{L}{8}.$$

Ο κύβος κάνει ΕΟΚ και στη διάρκεια του χρονικού διαστήματος t_1 μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x = \frac{2L}{4} + \frac{L}{8} = \frac{5L}{8} \rightarrow υ\,t_1 = \frac{5L}{8} \rightarrow \mathbf{t_1} = \frac{\mathbf{5L}}{\mathbf{8υ}}.$$

Θέμα Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου (1) της επιφάνειας του νερού που έρχεται σε επαφή με το έμβολο και του σημείου (2) εκροής του νερού ακριβώς έξω από το στόμιο του σωλήνα. Τα σημεία (1) και (2) ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή και επιλέγουμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που βρίσκεται το σημείο (2).



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_v υ_1^2 + \rho_v gh = p_2 + \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 \rightarrow$$

$$\left(\cancel{p}_{atm} + \frac{F}{A}\right) + \frac{1}{2}\rho_v υ_1^2 + \rho_v gh = \cancel{p}_{atm} + \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 \rightarrow$$

$$\frac{F}{A} + \frac{1}{2}\rho_v υ_1^2 + \rho_v g h = \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 .$$

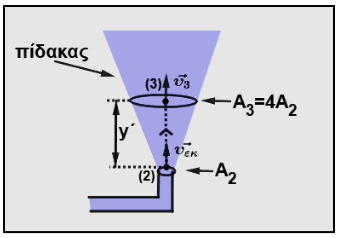
Επειδή το εμβαδόν της επιφάνειας του νερού που έρχεται σε επαφή με το έμβολο είναι πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο εμβαδόν του στομίου του σωλήνα θεωρούμε προσεγγιστικά ότι $υ_1 = 0$. Οπότε:

$$\frac{F}{A} + \frac{1}{2}\rho_v υ_1^2 + \rho_v gh = \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 \xrightarrow{υ_1 = 0} \frac{F}{A} + \rho_v g h = \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 \rightarrow υ_2^2 = \frac{2F}{A\rho_v} + 2gh \rightarrow$$

$$υ_2 = \sqrt{\frac{2F}{A\rho_v} + 2gh} \rightarrow υ_2 = \sqrt{\frac{2\ 10}{40\ 10^{-4}\ 10^3} + 2\ 10} \rightarrow υ_2 = \sqrt{25}\ m/s \rightarrow υ_2 = 5\ m/s.$$

Άρα το μέτρο της ταχύτητα εκροής είναι $\boldsymbol{υ_{εκ} = 5\ m/s}$.

Γ2. Ονομάζουμε A_2 το εμβαδόν του στομίου του σωλήνα και ονομάζουμε (3) ένα υποθετικό σημείο στο οποίο ο πίδακας αποκτά εμβαδόν επιφάνειας τετραπλάσιο από το εμβαδόν του στομίου του σωλήνα ($A_3 = 4A_2$). Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία (2) και (3) της ίδιας ρευματικής γραμμής:



$$\Pi_2 = \Pi_3 \rightarrow A_2\, υ_{εκ} = A_3\, υ_3 \rightarrow υ_3 = \frac{A_2}{A_3} υ_{εκ} \rightarrow υ_3 = \frac{A_2}{4A_2} υ_{εκ} \rightarrow υ_3 = \frac{1}{4} υ_{εκ} \rightarrow$$

$\boldsymbol{υ_3 = 1,25\ m/s}$.

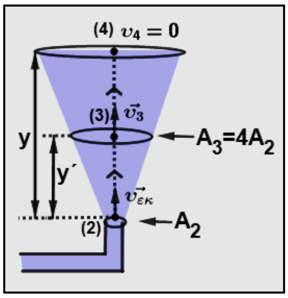
Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων (2) και (3) του πίδακα:

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho_v υ_3^2 + \rho_v g\, y' \rightarrow \cancel{p}_{atm} + \frac{1}{2}\rho_v υ_2^2 = \cancel{p}_{atm} + \frac{1}{2}\rho_v υ_3^2 + \rho_v g\, y' \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho_v} υ_2^2 = \frac{1}{2}\cancel{\rho_v} υ_3^2 + \cancel{\rho_v}\ g\, y' \rightarrow υ_2^2 = υ_3^2 + 2g\, y' \rightarrow y' = \frac{υ_2^2 - υ_3^2}{2g} \rightarrow$$

$$y' = \frac{5^2 - \frac{5^2}{4^2}}{20} = \frac{25\left(1 - \frac{1}{16}\right)}{20} = \frac{5\,\frac{15}{16}}{4} \rightarrow y' = \frac{75}{64} \rightarrow \mathbf{y' = 1{,}172\ m.}$$

Γ3. Ονομάζουμε (4) το σημείο του πίδακα το οποίο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων (2) και (4):



$$p_2 + \frac{1}{2}\rho_v \upsilon_2^2 = p_4 + \frac{1}{2}\rho_v \upsilon_4^2 + \rho_v\, g\, y \xrightarrow{\upsilon_4 = 0}$$

$$\cancel{p}_{atm} + \frac{1}{2}\rho_v \upsilon_2^2 = \cancel{p}_{atm} + \rho_v\, g\, y \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{\rho_v}\upsilon_2^2 = \cancel{\rho_v}\, g\, y \rightarrow \upsilon_2^2 = 2g\, y \rightarrow$$

$$y = \frac{\upsilon_2^2}{2g} \rightarrow y = \frac{25}{20}\mathrm{m} \rightarrow \mathbf{y = 1{,}25\ m.}$$

Γ4. Η παροχή από το στόμιο του σωλήνα είναι:

$$\Pi_\Sigma = A_\Sigma\, \upsilon_{\varepsilon\kappa} \rightarrow \Pi_\Sigma = 0{,}1\ 10^{-4}\ 5 \rightarrow \mathbf{\Pi_\Sigma = 5\ 10^{-5}\ m^3/s.}$$

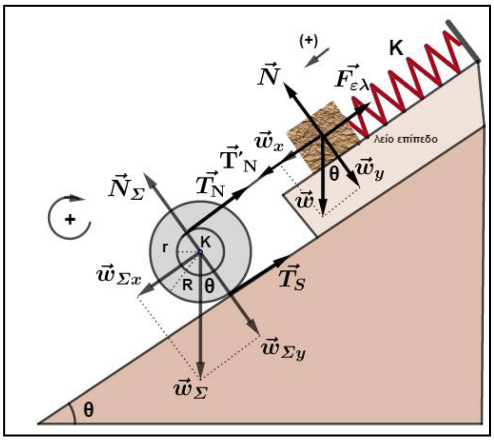
Η μάζα του νερού που έχει εκτοξευθεί από το στόμιο μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho_v\, \Delta V}{t_1} = \rho\, \Pi_\Sigma \rightarrow \Delta m = \rho\, \Pi_\Sigma\, \Delta t \rightarrow \Delta m = 5\,10^{-5}\frac{m^3}{s}\ 10^3\frac{Kg}{m^3}\ 0{,}2s \rightarrow$$

$$\mathbf{\Delta m = 10^{-2}\ Kg.}$$

<u>Θέμα Δ</u>

Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στο σώμα μάζας m και στο στερεό Σ. Επειδή το στερεό Σ ισορροπεί θα πρέπει η συνισταμένη των ροπών που δέχεται ως προς το κέντρο του Κ να είναι μηδέν.



Οι μόνες δυνάμεις που δημιουργούν ροπή είναι η τάση του νήματος $\vec{T}_N$ και η στατική τριβή $\vec{T}_s$, επομένως για να μην περιστρέφεται το στερεό, η στατική τριβή θα πρέπει να δημιουργεί αντίθετη ροπή από τη ροπή της τάσης του νήματος.

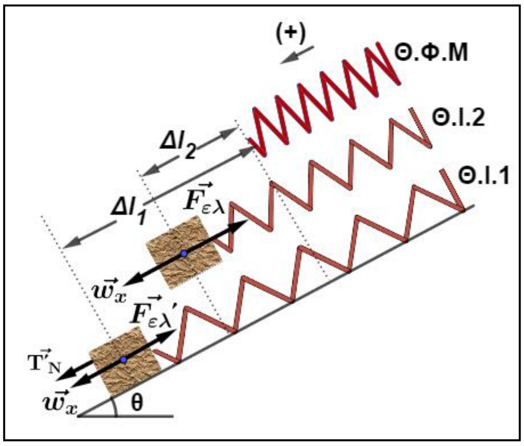
Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η στατική τριβή να είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και να έχει φορά προς τα πάνω όπως έχει σχεδιαστεί σχήμα.

Το στερεό Σ πριν κοπεί το νήμα ισορροπεί. Συνεπώς έχουμε:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(K)} = \vec{0} \rightarrow T_N\, r - T_s\, R = 0 \rightarrow T_N\, r - T_s\, R = 0 \rightarrow T_N\,\frac{R}{2} = T_s\, R \rightarrow T_N = 2T_s \qquad (1)$$

$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \rightarrow T_N + T_s - Mg\eta\mu\theta = 0 \xrightarrow{(1)} 2T_s + T_s = Mg\,\eta\mu\theta \rightarrow 3T_s = 30 \rightarrow$
$\mathbf{T_s = 10\ N.}$

Δ2. Μετά την κοπή του νήματος το σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Σχεδιάζουμε το ελατήριο στην θέση φυσικού του μήκους (Θ.Φ.Μ), στην θέση όπου το σώμα μάζας m ισορροπεί πριν κοπεί το νήμα (Θ.Ι.1) και στην θέση όπου το σώμα μάζας m ισορροπεί ελεύθερα μετά την κοπή του νήματος (Θ.Ι.2 ή Θ.Ι.Τ)



<u>Θ.Ι.(1):</u> $\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \rightarrow$

$F_{\varepsilon\lambda} - mg\,\eta\mu\theta - T_N' = 0 \xrightarrow{T_N' = T_N}$

$k\,\Delta\ell_1 - mg\,\eta\mu\theta - T_N = 0 \rightarrow$

$\Delta\ell_1 = \dfrac{mg\eta\mu\theta + T_N}{k}$ (2)

<u>Θ.Ι.(2):</u> $\Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} - mg\,\eta\mu\theta \rightarrow$

$k\,\Delta\ell_2 - mg\,\eta\mu\theta = 0 \rightarrow \Delta\ell_2 = \dfrac{mg\eta\mu\theta}{k}$ (3)

Την χρονική στιγμή t = 0 που κόβεται το νήμα το σώμα μάζας m ξεκινάει από την ακινησία (ακραία θέση της ταλάντωσης). Άρα ισχύει:

$A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 = \xrightarrow{(2),(3)} A = \dfrac{T_N}{k} \xrightarrow{(1)\rightarrow T_N = 2T_s} A = \dfrac{2T_s}{k} \rightarrow \mathbf{A = 0{,}2\ m.}$

Το σώμα μάζας m εκτελεί ΑΑΤ με $D = k = m\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 10$ rad/s.

Την χρονική στιγμή t = 0, $x = +A \rightarrow A\eta\mu\varphi_0 = A \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad.

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης του ταλαντωτή είναι: $x = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (SI).

Η δύναμη που δέχεται από το ελατήριο θα είναι:

$\Sigma F = -k\,x \rightarrow mg\eta\mu\theta + F_{\varepsilon\lambda} = -k\,x \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = -mg\eta\mu\theta - k\,x \rightarrow$

$F_{\varepsilon\lambda} = -mg\eta\mu\theta - k\,A\eta\mu\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbf{F_{\varepsilon\lambda} = -5 - 20\,\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)}$ **(SI)**

Δ3. Το σημείο Α, που απέχει απόσταση 2R από το κεκλιμένο επίπεδο, μηδενίζει την ταχύτητα του για πρώτη φορά την στιγμή t_1 που διέρχεται από το κατώτερο σημείο της κυκλικής του τροχιάς. Το στερεό αυτήν την χρονική στιγμή έχει στραφεί κατά γωνία $\Delta\theta = \pi$ rad.

Η γωνιακή του ταχύτητα εκείνη την στιγμή θα είναι: $\omega_\Sigma = \dfrac{\upsilon_K}{R} \rightarrow \omega_\Sigma = 10$ rad/s.

Από τις εξισώσεις κίνησης έχουμε: $\omega_\Sigma = \alpha_\gamma t_1 \rightarrow t_1 = \dfrac{\omega_\Sigma}{\alpha_\gamma}$ (4).

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t_1^2 \xrightarrow{(4)} \Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma \frac{\omega_\Sigma^2}{\alpha_\gamma^2} \rightarrow \alpha_\gamma = \frac{\omega_\Sigma^2}{2\Delta\theta} \rightarrow \boldsymbol{\alpha_\gamma = \frac{50}{\pi}\,\mathrm{rad/s^2}}.$$

Δ4. Η χρονική στιγμή t_1 θα είναι: $t_1 = \dfrac{\omega_\Sigma}{\alpha_\gamma} \rightarrow t_1 = \dfrac{\pi}{5}\,s$.

$$x_1 = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{t_1 = \frac{\pi}{5}s} x_1 = 0{,}2\,\eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \boldsymbol{x_1 = 0{,}2\ m = +A}.$$

$$(3) \rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{mg\eta\mu\theta}{k} = 0{,}05\ m$$

Συνεπώς, η δύναμη που δέχεται από το ελατήριο **θα έχει μέτρο**:

$$F_{\varepsilon\lambda} = k(\Delta\ell_2 + A) \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 100(0{,}05 + 0{,}2) \rightarrow \boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda} = 25\ N}.$$

Δ5. Από αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε:

$$K + U = E_{o\lambda} \xrightarrow{K = 3U} 4U = E_{o\lambda} \rightarrow 4\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}A \xrightarrow{1^\eta\ \varphi o\rho\acute{\alpha}} \boldsymbol{x = 0{,}1\ m}.$$

Την πρώτη φορά το σώμα έχει $x > 0$ και $\upsilon < 0$. Συνεπώς:

$$x = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{x = 0{,}1\,m} 0{,}1 = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = \eta\mu\frac{\pi}{6} \rightarrow 10t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{\kappa = 0} t = \frac{\pi}{30}\,s.$$

Άρα $\omega = \alpha_\gamma t = \left(\dfrac{50}{\pi}\dfrac{\pi}{30}\right)\mathrm{rad/s} \rightarrow \boldsymbol{\omega = \dfrac{5}{3}\,\mathrm{rad/s}}$