

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1. γ

A2. α

A3. γ

A4. δ

A5. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

Θέμα Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Η σταθερά επαναφοράς και η μάζα συνδέονται με τη σχέση $D = m \omega^2$.

Με αντικατάσταση βρίσκουμε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m}}{4 \text{ Kg}}} \rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s.}$$

Από τη σχέση περιόδου - γωνιακής συχνότητας παίρνουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} \text{ s} \rightarrow T = 0,4\pi \text{ s.}$$

Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών διαβάσεων από τη θέση ισορροπίας είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 0,2\pi \text{ s.}$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Το σύστημα ελατηρίου - σώματος θα κάνει ΑΑΤ με $D = k = m \omega^2$ και πλάτος $A = \Delta \ell_0$ όπου $\Delta \ell_0$ η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου.

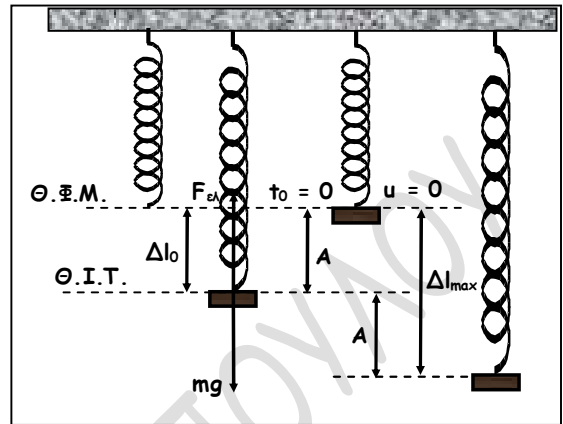
Εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι.Τ. παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} = m g \rightarrow k \Delta \ell_0 = m g \rightarrow$$

$$\Delta \ell_0 = \frac{m g}{k}.$$

Το ελατήριο θα αποκτήσει τη μέγιστη δυναμική ενέργεια όταν αποκτήσει την μέγιστη επιμήκυνση. Αυτό θα συμβεί στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης όπου:

$$\Delta \ell_{\max} = 2A = 2 \Delta \ell_0 = 2 \frac{m g}{k} \quad \text{άρα} \quad U_{ελ}^{\max} = \frac{1}{2} k \Delta \ell_{\max}^2 = \frac{1}{2} k 4 \frac{m^2 g^2}{k^2} \rightarrow U_{ελ}^{\max} = \frac{2 m^2 g^2}{k}.$$



B3. (Α) Σωστή απάντηση είναι η (α)

Η σταθερά επαναφοράς D του συστήματος ελατηρίου - μάζας m , είναι ίση με k , δηλαδή είναι ανεξάρτητη της μάζας του ταλαντούμενου σώματος και του πλάτους ταλάντωσης. Συνεπώς $D = D' = k$.

Η συχνότητα του απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{άρα:} \quad \frac{f'}{f} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\frac{m}{4}}}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{\sqrt{4k}}{\sqrt{k}} = \sqrt{4} = 2 \rightarrow f' = 2f.$$

(Β) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση: $E_{ολ} = \frac{1}{2} k A^2$ άρα:

$$\frac{E'_{ολ}}{E_{ολ}} = \frac{\frac{1}{2} k (2A)^2}{\frac{1}{2} k A^2} = \frac{4A^2}{A^2} = 4 \rightarrow E'_{ολ} = 4E_{ολ}$$

Θέμα Γ

Γ1) Γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $2A$, οπότε: $d = 2A = 0,4\text{m} \rightarrow A = 0,2\text{ m}$.

Επίσης γνωρίζουμε ότι ο χρόνος μετάβασης από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\frac{T}{2}$. Άρα, $\Delta t = \frac{T}{2} = 0,1\pi\text{ s} \rightarrow T = 0,2\pi\text{ s}$.

Η σχέση γωνιακής συχνότητας - περιόδου είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} \rightarrow \omega = 10\text{ rad/s}$.

Για $t = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_1 = +0,1\sqrt{2}\text{ m}$ και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται, δηλαδή, το σώμα κινείται προς την ακραία θέση ($x = +A$) άρα η ταχύτητά του είναι θετική ($v > 0$).

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t = 0$ και $x_1 = 0,1\sqrt{2}\text{ m}$. Έτσι η εξίσωση γίνεται: $0,1\sqrt{2} = 0,2 \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{4}$.

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1) \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} \quad (2) \quad \text{με} \quad 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

Για $\kappa = 0$: (1) $\rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{4}\text{ rad}$. Επειδή $v = v_{\max} \sin \frac{\pi}{4} > 0$ δεκτή.

Γ2) Η ενέργεια που προσφέρουμε για να θέσουμε ένα σύστημα σε ταλάντωση είναι ίση με την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} 0,1\text{ Kg} (10\text{ rad/s})^2 (0,2\text{ m})^2 \rightarrow E = 0,2\text{ J}.$$

Γ3) Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του σώματος θα προκύψει από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για την ταλάντωση:

$$K + U = E \rightarrow U = E - K = E - \frac{1}{2} m v^2 = 0,2\text{ J} - \frac{1}{2} 0,1\text{ Kg} (\sqrt{3}\text{ m/s})^2 \rightarrow U = 0,05\text{ J}.$$

Θέμα Δ

Δ1) Επειδή το διάστημα, που διανύει το σώμα, μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ' τη Θ.Ι. του είναι:

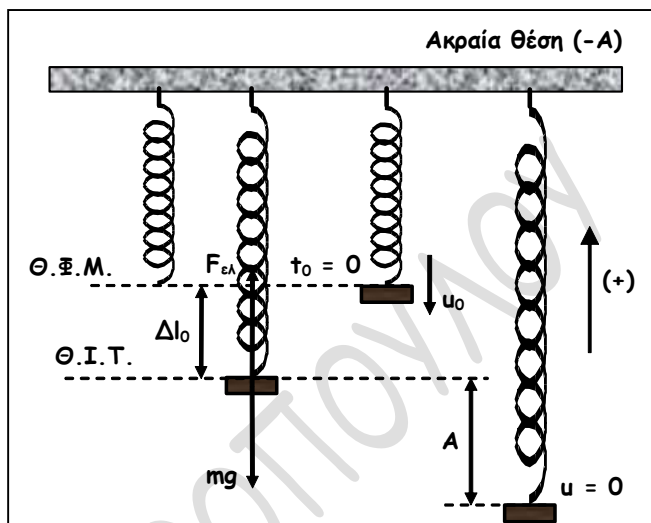
$$s = 2A \rightarrow A = \frac{s}{2} = 0,2 \text{ m.}$$

Η χρονική διάρκεια μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ' τη Θ.Ι. του σώματος είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \rightarrow T = 2 \Delta t \rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

και η γωνιακή συχνότητα ω ισούται με:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/s.}$$



Το σύστημα ελατηρίου - σώματος κάνει ΑΑΤ με $D = k = m \omega^2$

Εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι.Τ. έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} = m g \rightarrow m = \frac{F_{ελ}}{g} = \frac{1}{10} \rightarrow m = 0,1 \text{ Kg.}$$

$$\text{Άρα: } D = k = m \omega^2 = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ N/m} \rightarrow k = 10 \text{ N/m.}$$

Δ2) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου υπολογίζεται από τη σχέση: $U_{ελ} = \frac{1}{2} k \Delta \ell^2$, όπου $\Delta \ell$ είναι η απόσταση από τη Θέση Φυσικού Μήκους (ΘΦΜ) του ελατηρίου.

Η θέση, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν, είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Άρα ζητείται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη ΘΙ, που όπως φαίνεται απ' το σχήμα, απέχει $\Delta \ell_0$ από τη Θέση Φυσικού Μήκους.

Εφαρμόζοντας το νόμο του Hooke στην ΘΙΤ παίρνουμε:

$$F_{ελ} = k \Delta \ell_0 \rightarrow \Delta \ell_0 = \frac{F_{ελ}}{k} = 0,1 \text{ m}$$

Συνεπώς η ζητούμενη δυναμική ενέργεια ελατηρίου θα είναι:

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} k \Delta \ell_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,01 \rightarrow U_{ελ} = 0,05 \text{ J}$$

Δ3) Για να υπολογίσουμε την αρχική ταχύτητα, θα εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ΑΑΤ του σώματος ανάμεσα στην αρχική θέση και στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης.

$$K_0 + U_0 = E_{\text{ολ}} \rightarrow \frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} k \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow \frac{1}{10} u_0^2 + 10 \frac{1}{100} = 10 \frac{4}{100} \rightarrow$$

$$u_0^2 = 3 \rightarrow u_0 = \sqrt{3} \text{ m/s.}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή $t = 0$, το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x = \Delta l_0 = 0,1 \text{ m}$ και έχει ταχύτητα μέτρου $\sqrt{3} \text{ m/s}$ με φορά αρνητική, άρα ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = \Sigma F u_0 = -k x u_0 = -10 \cdot 0,1 (-\sqrt{3}) \rightarrow \frac{dK}{dt} = \sqrt{3} \text{ J/s}$$