

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΘΕΜΑ Α

A1 → β

A2 → γ

A3 → α

A4 → γ

A5. (α) Λ (β) Σ (γ) Λ (δ) Σ (ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής πριν την κρούση είναι:

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_s} f_s = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{20}} f_s = \frac{20u_H}{21u_H} f_s \rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_s$$

Από την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση παίρνουμε:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \rightarrow m u_s = (m + m) V_s \rightarrow V_s = \frac{u_s}{2} = \frac{u_H}{40}$$

Μετά την πλαστική κρούση, η πηγή απομακρύνεται από το δέκτη με ταχύτητα μέτρου $V_s = \frac{u_H}{40}$, άρα ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο με συχνότητα:

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + V_s} f_s = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{40}} f_s = \frac{40u_H}{41u_H} f_s \rightarrow f_2 = \frac{40}{41} f_s$$

$$\text{Άρα ο λόγος των συχνοτήτων } f_1 \text{ και } f_2 \text{ είναι: } \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_s}{\frac{40}{41} f_s} = \frac{41}{42}.$$

B2. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία (1) και (2):

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \rightarrow 2A_2 u_1 = A_2 u_2 \rightarrow u_2 = 2u_1 \quad (1).$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία (1) και (2) που ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή: $p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \quad (2).$

Στον οριζόντιο σωλήνα η ροή είναι οριζόντια και οι ρευματικές γραμμές παράλληλες και οριζόντιες, άρα στον κατακόρυφο σωλήνα το νερό δεν επιταχύνεται δηλαδή ισορροπεί. Έτσι για την πίεση στο σημείο 1 θα ισχύει: $p_1 = p_{atm} + \rho gh.$

Από την σχέση (2) παίρνουμε:

$$p_{atm} + \rho gh + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \rightarrow 2gh + u_1^2 = u_2^2 \xrightarrow{u_1 = \frac{u_2}{2}} \frac{3u_2^2}{4} = 2gh \rightarrow$$

$$u_2^2 = \frac{8gh}{3} \rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{8gh}{3}} \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού στο δοχείο έως την οπή Z παίρνουμε:

$$p_{atm} + \rho gH + 0 = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho u_3^2 \rightarrow \frac{1}{2} \rho u_3^2 = \rho gH \rightarrow u_3 = \sqrt{2gH} \quad (4).$$

Επειδή η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο δοχείο σταθεροποιείται σε ύψος H οι παροχές στο στόμιο Γ του σωλήνα και στην οπή Z είναι ίσες, δηλαδή:

$$\Pi_\Gamma = \Pi_Z \rightarrow A_2 u_2 = A_3 u_3 \xrightarrow{A_3 = \frac{A_2}{2}} 2A_3 \sqrt{\frac{8gh}{3}} = A_3 \sqrt{2gH} \rightarrow 4 \frac{8gh}{3} = 2gH \rightarrow$$

$$\frac{h}{H} = \frac{3}{16}.$$

B3. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τη ράβδο από την οριζόντια θέση ΟΑ ως την κατακόρυφη θέση ΟΔ:

$$K_{(τελ)} - K_{(αρχ)} = W_F \rightarrow \frac{1}{2} I_{\text{ράβδου}} \omega^2 = \tau_F \frac{\pi}{2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M L^2 \omega^2 = F L \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega^2 = \frac{3F\pi}{ML} \rightarrow \omega^2 = \frac{3 \cdot 9\pi \cdot \pi}{3} \rightarrow \omega = \sqrt{9\pi^2} = 3\pi \text{ rad/s}.$$

Για το σύστημα ράβδος - σώμα μάζας m είναι $\Sigma \tau_{εξ} = 0$ άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \rightarrow L_{\text{σώματος}}^{\text{αρχ}} + L_{\text{ράβδου}}^{\text{αρχ}} = L_{\text{συστηματος}}^{\text{τελ}} \rightarrow I_{\text{ράβδου}} \omega = (m L^2 + I_{\text{ράβδου}}) \omega' \rightarrow$$

$$\frac{1}{3} M L^2 \omega = (m L^2 + \frac{1}{3} M L^2) \omega' \rightarrow 2\omega' = \omega \rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s.}$$

Επειδή το επίπεδο είναι λείο η ράβδος θα συνεχίσει να στρέφεται με την γωνιακή ταχύτητα ω' κάνοντας ομαλή στροφική κίνηση και θα διαγράψει την γωνία θ από την θέση (ΟΔ) στη θέση (ΟΕ) σε χρόνο: $\theta = \omega' \Delta t \rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} \text{ s.}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι. του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_1 g \rightarrow k \Delta l = m_1 g \rightarrow k = \frac{m_1 g}{\Delta l} = \frac{10}{0,05} \rightarrow k = 200 \text{ N/m.}$$

Στη θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του συσσωματώματος ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2)g \rightarrow k (\Delta l + \chi_0) = (m_1 + m_2)g \rightarrow 10 + 200 \chi = 20 \rightarrow$$

$$200 \chi = 10 \rightarrow \chi = 0,05 \text{ m.}$$

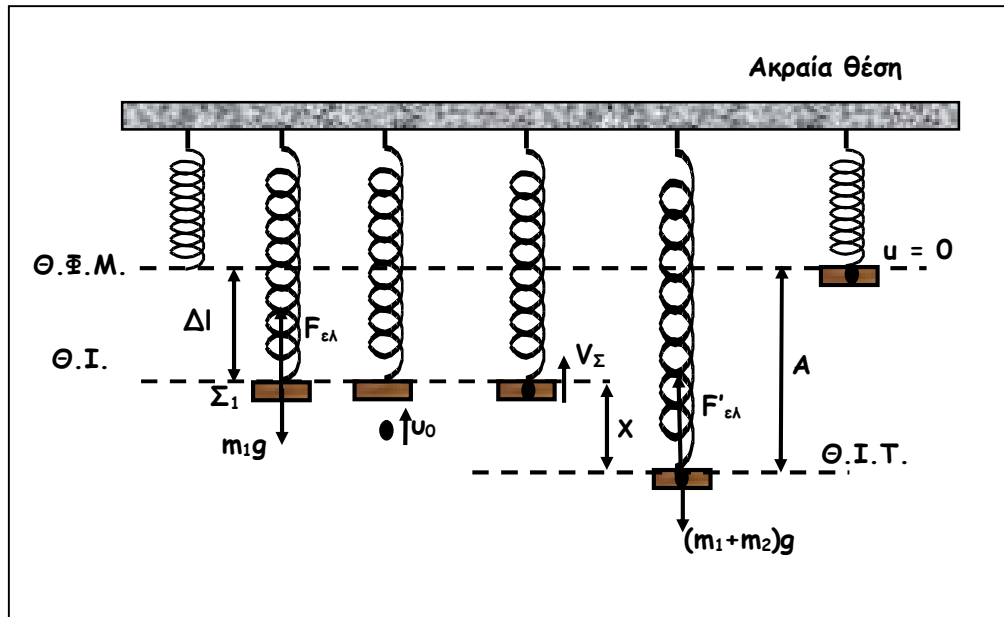
Άρα το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα (απόσταση της ΘΦΜ του ελατηρίου από την ΘΙ του συσσωματώματος) είναι: **$A = \Delta l + \chi = 0,1 \text{ m.}$**

Γ2) Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για την ΑΑΤ του συσσωματώματος στη θέση κρούσης:

$$K + U = E_{\text{ολ}} \rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_{\Sigma}^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow V_{\Sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s.}$$

Εφαρμόζουμε την **Α.Δ.Ο.** για την πλαστική κρούση.

$$\vec{p}_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow m_2 u_0 = (m_1 + m_2) V_{\Sigma} \rightarrow u_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$



$$\text{Άρα } K_2 = \frac{1}{2} m_2 u_0^2 \rightarrow K_2 = 1,5 \text{ J.}$$

Γ3) $\Delta P_2 = m_2 V_{\Sigma} - m_2 u_0 \rightarrow \Delta P_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Kg m/s}$ με κατεύθυνση αντίθετη της κατεύθυνσης της u_0 .

$$\text{Γ4) Το συσσωμάτωμα κάνει ΑΑΤ με } D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \rightarrow$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s και πλάτος } A = 0,1 \text{ m.}$$

Το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x = 0,05 \text{ m}$ και η ταχύτητά του είναι θετική ($V_{\Sigma} > 0$). Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t_0 = 0$ και $x = 0,05 \text{ m}$. Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$0,05 = 0,1 \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow 0,05 = 0,1 \eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1) \quad \text{και} \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (\kappa \in \mathbb{Z}) \quad (2)$$

$$\text{με} \quad 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

$$\text{Για } \kappa = 0: (1) \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad. Επειδή } u = u_{\max} \sin \frac{\pi}{6} > 0 \text{ δεκτή}$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$x = 0,1 \text{ ημ} \left(10t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (\text{S.I.})$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Επειδή τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά ισχύει: $T_{v1} = T'_{v1}$ και $T_{v2} = T'_{v2}$

Τα σώματα ισορροπούν, άρα:

Σώμα Σ:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_{v1} = M_{\Sigma} g = 20 \text{ N} \quad (1)$$

Τροχαλία:

$$\Sigma T_{(O)} = 0 \rightarrow$$

$$T'_{v1} R_T - T'_{v2} R_T = 0 \xrightarrow{(1)}$$

$$T'_{v1} = T'_{v2} = 20 \text{ N.}$$

Κυλινδρος:

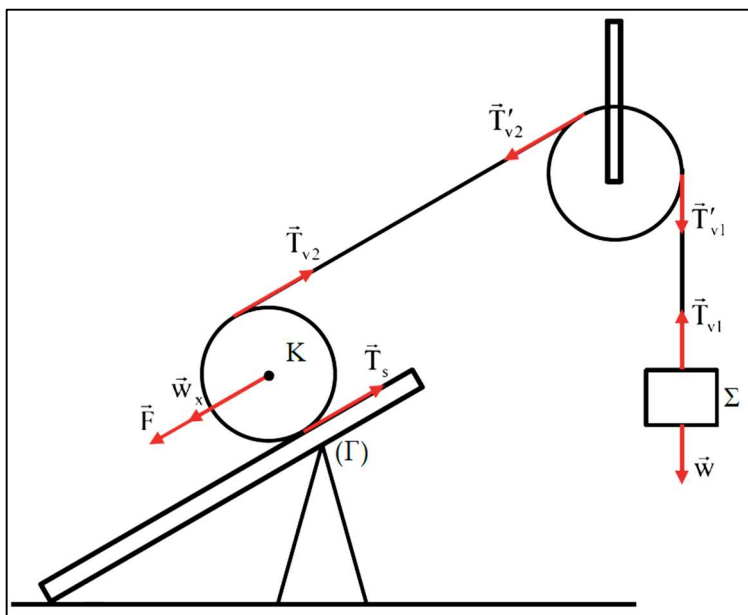
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow$$

$$T_{v2} + T_s = M_K g \eta \mu \varphi + F \quad (2)$$

$$\Sigma T_{(K)} = 0 \rightarrow T_{v2} R_K - T_s R_K = 0 \rightarrow$$

$$T_{v2} = T_s. \quad (3)$$

$$\text{Από την (2) λόγω της (3) παίρνουμε: } 2T_{v2} = M_K g \eta \mu \varphi + F \rightarrow 40 = 10 + F \rightarrow F = 30 \text{ N.}$$



Δ2) Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην επιφάνεια της τροχαλίας και του κυλίνδρου, όλα τα σημεία του έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα και την ίδια επιτάχυνση ($a = \frac{du}{dt}$), δηλαδή: $a_A = a_B = a_{\Sigma} \rightarrow 2a_{cm} = a_{\gamma T} R_T = a_{\Sigma} \quad (4)$

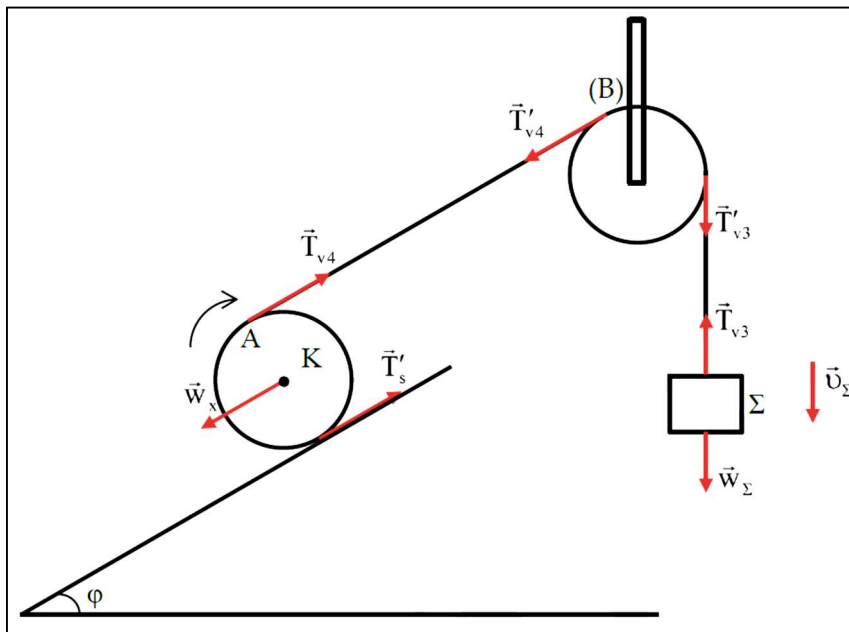
Το σώμα (Σ) κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, άρα:

$$\Sigma \vec{F} = M_{\Sigma} \vec{a}_{\Sigma} \rightarrow M_{\Sigma} g - T_{v3} = M_{\Sigma} a_{\Sigma} \quad (5)$$

Η τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma \tau(O) = I_{cm(T)} a_{vT} \rightarrow T'_{v3} R_T - T'_{v4} R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 a_{vT} \xrightarrow{(4)}$$

$$T'_{v3} - T'_{v4} = \frac{1}{2} M_T a_{\Sigma} \quad (6)$$



Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του θα είναι ομαλά επιταχυνόμενες.

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει: $\Sigma \vec{F}_x = M_K \vec{a}_{cm} \rightarrow$

$$T_{v4} + T_s - M_K g \eta \mu \phi = M_K a_{cm} \quad (7)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau(K) = I_{cm(K)} a_{v(K)} \rightarrow T_{v4} R_K - T_s R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 a_{v(K)} \rightarrow$$

$$T_{v4} - T_s = \frac{1}{2} M_K R_K a_{v(K)} \quad (8)$$

$$\text{Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: } a_{cm} = a_{v(K)} R_K \quad (9)$$

$$\text{Η σχέση (8) λόγω της σχέσης (9) γίνεται: } T_{v4} - T_s = \frac{1}{2} M_K a_{cm} \quad (10)$$

Προσθέτοντας τις (7) και (10) κατά μέλη παίρνουμε:

$$2T_{v4} - M_K g \eta\mu\phi = \frac{3}{2} M_K a_{cm} \xrightarrow{(4)} T_{v4} - \frac{M_K g \eta\mu\phi}{2} = \frac{3}{8} M_K a_\Sigma \quad (11)$$

Από (5), (6) και (11) παίρνουμε:

$$M_\Sigma g - T_{v3} + T'_{v3} - T'_{v4} + T_{v4} - \frac{M_K g \eta\mu\phi}{2} = M_\Sigma a_\Sigma + \frac{1}{2} M_T a_\Sigma + \frac{3}{8} M_K a_\Sigma \rightarrow$$

$$20 - 5 = (2 + 1 + \frac{3}{4}) a_\Sigma \rightarrow 15 = \frac{15}{4} a_\Sigma \rightarrow a_\Sigma = 4 \text{ m/s}^2.$$

Δ3) Τη χρονική στιγμή t_1 που κόβεται το νήμα η ταχύτητα του κυλίνδρου είναι:

$$v_K = a_{cm} t_1 = \frac{a_\Sigma}{2} t_1 = 1 \text{ m/s}.$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του θα είναι ομαλά επιβραδυνόμενες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η στατική τριβή να έχει φορά προς τα πάνω ώστε η ροπή της, ως προς το κέντρο Κ του κυλίνδρου, να έχει αντίθετη φορά από τη φορά περιστροφής και να επιβραδύνει τον κύλινδρο.

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = M_K \vec{a}_K \rightarrow T_2 - M_K g \eta\mu\phi = M_K (-a_K) \rightarrow M_K g \eta\mu\phi - T_2 = M_K a_K \quad (12)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_{cm} (-a_{v2}) \rightarrow -T_2 R = \frac{1}{2} M_K R^2 (-a_{v2}) \rightarrow T_2 = \frac{1}{2} M_K R a_{v2} \quad (13)$$

$$\text{Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: } a_K = a_{v2} R \quad (14)$$

$$\text{Η σχέση (13) λόγω της σχέσης (14) γίνεται: } T_2 = \frac{1}{2} M_K a_K \quad (15)$$

Προσθέτοντας τις (12) και (15) κατά μέλη παίρνουμε:

$$M_K g \eta\mu\phi = \frac{3}{2} M_K a_K \rightarrow a_K = \frac{2g\eta\mu\phi}{3} \rightarrow a_K = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2.$$

Ο κύλινδρος θα σταματήσει όταν $u_{cm} = 0 \rightarrow u_K - a_K \Delta t = 0 \rightarrow \Delta t = 0,3 \text{ s}$.

Άρα $t_2 = t_1 + \Delta t = 0,8 \text{ s}$.

Δ4) Το διάστημα που διανύει ο κύλινδρος στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_1$ είναι:

$$s_1 = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{a_z}{2} t_1^2 \rightarrow s_1 = 0,25 \text{ m}.$$

Το αντίστοιχο διάστημα στη διάρκεια $t_1 \rightarrow t_2$, είναι:

$$s_2 = u_K t_1 - \frac{1}{2} a_K \Delta t^2 = 0,3 - \frac{1}{2} \frac{10}{3} 0,09 \rightarrow s_2 = 0,15 \text{ m}.$$

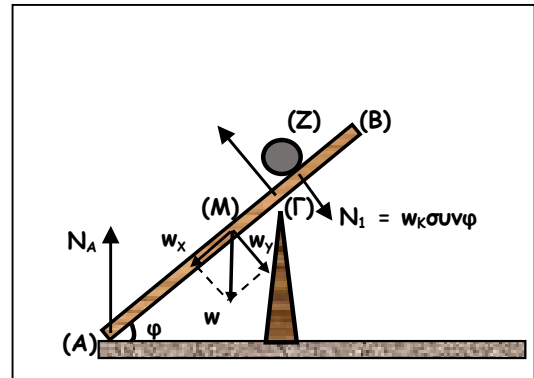
Άρα το συνολικό διάστημα ισούται με: $s_{ολ} = 0,25 + 0,15 \rightarrow s_{ολ} = 0,4 \text{ m}$.

Δ5) Θεωρούμε την οριακή χρονική στιγμή που η ράβδος είναι έτοιμη να ανατραπεί δηλαδή την χρονική στιγμή που μόλις χάνει την επαφή της με το οριζόντιο δάπεδο ($N_A = 0$). Αν ο κύλινδρος την παραπάνω χρονική στιγμή έχει σταματήσει στιγμιαία στη θέση (Z) από τη συνθήκη ισορροπίας για τη ράβδο παίρνουμε:

$$\Sigma \tau_{(Γ)} = 0 \rightarrow w_y (MΓ) = N_1 (ΓZ) \rightarrow$$

$$Mg \sin \varphi \left(AΓ - \frac{\ell}{2} \right) = M_K g \sin \varphi (ΓZ) \rightarrow$$

$$20 \cdot 0,5 = 20 (ΓZ) \rightarrow (ΓZ) = 0,5 \text{ m}.$$



Άρα το συνολικό διάστημα που πρέπει να διανύσει ο κύλινδρος για να ανατραπεί η ράβδος πρέπει να είναι $s_{ολ} \geq (\Delta Γ) + (ΓZ) = 0,2 + 0,5 = 0,7 \text{ m}$.

Όπως είδαμε όμως στο προηγούμενο ερώτημα ο κύλινδρος σταματάει αφού διανύσει $0,4 \text{ m}$ άρα η ράβδος δεν ανατρέπεται.

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΗΜΕΛΛΟΣ Μ. - ΚΟΥΣΗΣ Γ. - ΝΙΚΗΤΑΚΗΣ Χ.

www.floropoulos.gr