ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ) Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 28 σχολικό βιβλίο

Α2. Σελίδα 59 σχολικό βιβλίο

Α3. α→Λ
β→Σ
γ→Λ
δ→Λ
ε→Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έχουμε S=$\sqrt{S^2} = \sqrt{4} = 2$
Επειδή οι τιμές του δείγματος είναι θετικές τότε $\bar{x}$>0
Είναι CV=20%↔$\frac{S}{\bar{x}} = \frac{1}{5}$↔$\frac{2}{\bar{x}} = \frac{1}{5}$↔$\bar{x}$=10

Β2. $\bar{x}$=10↔$\frac{11+7+k+13+11+10}{6} = 10$
↔52+κ=60↔κ=8

Β3. Οι τιμές του δείγματος σε αύξουσα διάταξη είναι: 7, 8, 10, 11, 11, 13 και αφού ν=6 τότε

$$\delta = \frac{10+11}{2} = 10{,}5$$

Το εύρος R=13-7=6

Β4. Αν x_i οι αρχικές τιμές και y_i οι νέες τιμές που προκύπτουν τότε $y_i=x_i-2$ i=1, 2…6
Άρα $\bar{y}=\bar{x}$-2=10-2=8
$S_y=S_x=2$
Επειδή

$$CVy = \frac{Sy}{\bar{y}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\% > 10\%$$

Το δείγμα των νέων τιμών δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για κάθε x∈R έχουμε:
f'(x)= $\left(\sqrt{x^2-2x+10}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2-2x+10}}$ $(x^2-2x+10)'$
=$\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+10}}$=$\frac{2(x-1)}{2\sqrt{x^2-2x+10}}$=$\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$

Γ2. Έχουμε
- f'(x)=0↔$\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$=0↔x-1=0↔x=1

•f'(x)>0↔$\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$>0 ↔x-1=0↔x>1
•f'(x)<0↔$\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+1}}$<0↔x-1<0↔x<1
Το πρόσημο της f'(x), η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

x	-∞	1	+∞
f'(x)	-		+
f(x)	↘	min	↗

Η f γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (-∞, 1] και γνησίως αύξουσα στο διάστημα [1, +∞).
Για x-1 η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το f(0)= $\sqrt{9} = 3$
Άρα για κάθε x∈R ισχύει f(x)≥3.

Γ3. Η εφαπτομένη ε της Cf στο σημείο M(5, f(5)) δηλαδή στο σημείο της M(5, 5) έχει συντελεστή διεύθυνσης τον αριθμό $\lambda = f'(\lambda) = \frac{4}{5}$
Άρα η εξίσωση της είναι $y = \frac{4}{5}x + \beta$ και αφού η ε διέρχεται από το σημείο M(5, 5) τότε: $5 = \frac{4}{5} \cdot 5 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$
Άρα ε: y=$\frac{4}{5}x + 1$

Γ4.
•Για y=0 είναι $\frac{4}{5}x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$ οπότε η ε τέμνει τον άξονα x΄xστο σημείο Α$(-\frac{5}{4}, 0)$
• Για x=0 είναι y=1, οπότε η ε τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο Β(0, 1)

ΘΕΜΑ Δ
Δ1. Για λ=3 έχουμε
f(x)=x^3-3x^2+3x, x∈R
Η f είναι παραγωγίσιμη στο R με f'(x)=(x^3-3x^2+3x)'=3x^2-6x+3=3(x^2-2x+1)=3$(x-1)^2$≥0 για κάθε x∈R
Οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο R.
Επειδή $\frac{3}{8}$<$\frac{5}{6}$ και η f είναι γνησίως αύξουσα στο R, τότε ισχύει
f ($\frac{3}{8}$)< f($\frac{5}{6}$).

Δ2. Έχουμε $\lim\limits_{x\to 1} = \frac{f\prime(x)}{(\sqrt{x}-1)(x^2-x)} = \lim\limits_{x\to 1} = \frac{3(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)x(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1} = \frac{3(x-1)}{(\sqrt{x}-1)x}$
$= \lim\limits_{x\to 1} = \frac{3(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)x} = \lim\limits_{x\to 1} = \frac{3(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)x} =$

$$= \lim_{x\to 1} = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{x} = \frac{3(\sqrt{1}+1)}{1} = 6$$

Δ3. Η γραφική παράσταση της f σε κάθε σημείο της $(x, f(x))$, $x \in R$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda(x)=f'(x)=3(x^2-2x+1)$, $x \in R$
Για κάθε $x \in R$ είναι $\lambda'(x)=[3(x^2-2x+1)]'=3(2x-2)=6(x-1)$
Έχουμε $\lambda'(x)=0 \leftrightarrow 6(x-1)=0 \leftrightarrow x=1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$\lambda'(x)$	$-$		$+$
$\lambda(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

Για $x=1$ η συνάρτηση $\lambda(x)$ παρουσιάζει ελάχιστο.

Άρα το σημείο $M(1, f(1))$ δηλαδή το σημείο $M(1, 1)$ είναι αυτό στο οποίο η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Δ4. Για κάθε $x \in R$ $f'(x)=(x^3-3x^2+\lambda x)'=3x^2-6x+\lambda$
Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα αν και μόνο αν $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in R \leftrightarrow 3x^2-6x+\lambda \geq 0$ για κάθε $x \in R$ και αφού $\alpha=3>0$ τότε πρέπει $\Delta \leq 0 \leftrightarrow (-6)^2-4 \cdot 3 \cdot \lambda \leq 0 \leftrightarrow 36-12\lambda \leq 0 \leftrightarrow \lambda \geq 3$.
Άρα $\lambda_{min}=3$.

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΚΟΥΣΗΣ Π. – ΤΖΩΡΤΖΙΝΗΣ Γ. – ΦΙΛΙΟΓΛΟΥ Β. – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.

www.floropoulos.gr