

Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Α
Ο Μ Ο Κ Ε Ν Τ Ρ Ο
Α. Φλωρόπουλου
 για μαθητές με απαιτήσεις

30 ΧΡΟΝΙΑ ΔΕΙΞΤΕΛΙΑΣ

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
 • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή 18 Δεκεμβρίου 2016

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 του πεδίου ορισμού τους δείξτε ότι η συνάρτηση $f+g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει $(f+g)'(x_0)=f'(x_0)+g'(x_0)$.

Μονάδες 10

A2. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

A3. Να διατυπώσετε το θεώρημα Rolle.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f .

β) Αν είναι $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = +\infty$.

γ) Αν η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

δ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο τότε η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 3 \ln 2x + e^{3x} + 4x - 2$.

B1. Να εξετάσετε ως προς την μονοτονία την f .

Μονάδες 6

B2. Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Μονάδες 7

B3. Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=e^{3/2}$.

Μονάδες 8

B4. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό μ για τον οποίο ισχύει

$$3\ln 4\mu - 3\ln(2\mu^2 + 2) - 4(\mu^2 + 1) = e^{3(\mu^2 + 1)} - e^{6\mu} - 8\mu.$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \lambda x^3 - x^2 - (\lambda - 1)x$.

Να αποδείξετε ότι:

i) Η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $(0, 1)$.

ii) Η εξίσωση $3\lambda x - 2 = \frac{\lambda - 1}{x}$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $(0, 1)$.

Μονάδες 12

Γ2. Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(\alpha) = \alpha$ και $f(\beta) = \beta$ όπου $0 < \alpha < \beta$.

Δείξτε ότι:

i) Υπάρχει εφαπτομένη της C_f που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x$.

ii) Υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = \alpha + \beta - x_0$.

iii) Υπάρχουν $\xi_1, \xi_2 \in (\alpha, \beta)$ με $\xi_1 < \xi_2$ τέτοια ώστε $f'(\xi_1) \cdot f'(\xi_2) = 1$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Δ

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση, η οποία είναι συνεχής και ισχύει $x(f(x) + e^x) = \eta \mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε τη συνάρτηση f .

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \eta \mu x}{x^2}$.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στη γραφική παράσταση της f στο $x_0 = 0$.

Μονάδες 4

Δ4. Να αποδείξετε ότι $-e^x - 1 < f(x) < -e^x + 1$, για κάθε $x \neq 0$.

Μονάδες 4

Δ5. Για κάθε $\alpha, \beta \neq 0$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\frac{f(\alpha) + e^\alpha + 1}{x - 1} - \frac{f(\beta^2) + e^{\beta^2} - 1}{x - 2} = 0$ έχει μία, τουλάχιστον, ρίζα στο $(1, 2)$.

Μονάδες 5

Καλή επιτυχία!!!