

**Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Α**  
**Ο Μ Ο Κ Ε Ν Τ Ρ Ο**  
**Α. Φλωρόπουλου**  
 για μαθητές με απαιτήσεις

30 ΧΡΟΝΙΑ ΑΕΓΙΟΥΤΗΤΙΑΣ

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42  
 • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Δευτέρα 11 Ιουλίου 2016

**ΘΕΜΑ Α**

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A3. i) Σ, ii) Σ, iii) Σ, iv) Λ.

**ΘΕΜΑ Β**

B1. Για  $x \rightarrow 0$  θέτουμε  $\frac{f(x)}{x} = g(x)$  με  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 3$  οπότε  $f(x) = x \cdot g(x)$

Άρα  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot g(x) = 0 \cdot 3 = 0$ .

B2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xg(x) - x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(g(x) - 1)}{x(x+1)} = \frac{3-1}{0+1} = 2$ .

B3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon\phi x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x\sigma\upsilon\nu x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\eta\mu x}{x} \cdot \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} \right) = 1 \cdot \frac{1}{1} = 1$

B4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \eta\mu x}{2\varepsilon\phi x + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x)}{x} - \frac{\eta\mu x}{x}}{2 \frac{\varepsilon\phi x}{x} + \frac{x}{x}} = \frac{3-1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{2}{3}$

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1.  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} (x^2 - 8x + 16) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \left[ (\alpha^2 + \beta^2) \ln(x-5+e) + 2(\alpha+1)e^{5-x} \right] = \lim_{x \rightarrow 5^+} (\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 2)$$

Πρόπει  $\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 2 = 1 \Leftrightarrow$

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\alpha+1)^2 + \beta^2 = 0 \begin{cases} \alpha = -1 \\ \text{και} \\ \beta = 0 \end{cases}$$

$$\Gamma 2. \text{ i) } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{2x^2-5x+3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2+3}-2)(\sqrt{x^2+3}+2)}{2(x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right)(\sqrt{x^2+3}+2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{(x-1)(2x-3)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x-3)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \frac{2}{-1 \cdot 4} = -\frac{1}{2}.$$

ii) Θέτουμε  $f(x)=u$  οπότε

$$\text{για } x \rightarrow 1 \text{ έχουμε } f(x) \rightarrow -\frac{1}{2} \text{ άρα } u \rightarrow -\frac{1}{2} \text{ και } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x)-3f(x)-2}{4f^2(x)-1} = \lim_{u \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2u^2-3u-2}{4u^2-1} =$$

$$= \lim_{u \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2(u-2)\left(u+\frac{1}{2}\right)}{(2u-1)(2u+1)} = \lim_{u \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{(u-2)(2u+1)}{2\left(-\frac{1}{2}\right)-1} = \frac{-\frac{1}{2}-2}{-2} = \frac{-\frac{5}{2}}{-2} = \frac{5}{4}$$

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Έστω  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$  με  $x_1 < x_2$  τότε  $e^{x_1} < e^{x_2}$  και  $\ln x_1 < \ln x_2$  οπότε

$$e^{x_1} + \ln x_1 < e^{x_2} + \ln x_2 \Leftrightarrow$$

$$e^{x_1} + \ln x_1 + 3 < e^{x_2} + \ln x_2 + 3$$

$f(x_1) < f(x_2)$  οπότε  $f$  είναι γν. αύξουσα  $(0, +\infty)$

**Δ2.**

**α)**  $f(x) > f(3)$  τότε  $x > 3$

**β)**  $f(2x+1) < 5 \Leftrightarrow f(2x+1) < f(3)$  τότε  $2x+1 < 3 \Leftrightarrow x > 1$

**γ)**  $f(x^2-3x) \geq f(2-4x)$  τότε  $x^2-3x \geq 2-4x \Leftrightarrow$

$$x^2+x-2 \geq 0 \dots$$

δ)  $f(3x-1) < f(2x+3)$  τότε  $3x-1 < 2x+3$

$$x < 4$$

ε)  $f(e^x+3) > f(4)$  τότε  $e^x+3 > 4 \Leftrightarrow e^x > 1 \Leftrightarrow e^x > e^0 \Leftrightarrow x > 0$

Δ3. Η ανίσωση γίνεται  $e^x + \ln x < e$  ή

$$e^x + \ln x + 3 < e + 3 \text{ ή}$$

$$f(x) < f(1) \text{ άρα } x < 1$$