ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Δευτέρα 11 Ιουλίου 2016

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

Α3. i) Σ, **ii)** Σ, **iii)** Σ, **iv)** Λ.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Για $x\to 0$ θέτουμε $\frac{f(x)}{x}=g(x)$ με $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=3$ οπότε $f(x)=x\cdot g(x)$

Άρα $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0} x\cdot g(x)=0\cdot 3=0$.

Β2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{xg(x)-x}{x^2+x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\left(g(x)-1\right)}{x(x+1)}=\frac{3-1}{0+1}=2$.

Β3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\varepsilon\varphi x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\eta\mu x}{x\sigma\upsilon\nu x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\eta\mu x}{x}\cdot\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}\right)=1\cdot\frac{1}{1}=1$

Β4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-\eta\mu x}{2\varepsilon\varphi x+x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{f(x)}{x}-\frac{\eta\mu x}{x}}{2\frac{\varepsilon\varphi x}{x}+\frac{x}{x}}=\frac{3-1}{2\cdot 1+1}=\frac{2}{3}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^-}\left(x^2-8x+16\right)=1$

$$\lim_{x\to 5^+} = \lim_{x\to 5^+}\left[\left(\alpha^2+\beta^2\right)\ell n\left(x-5+e\right)+2\left(\alpha+1\right)e^{5-x}\right] = \lim_{x\to 5^+}\left(\alpha^2+\beta^2+2\alpha+2\right)$$

Πρέπει $\alpha^2+\beta^2+2\alpha+2=1 \Leftrightarrow$

$\alpha^2+\beta^2+2\alpha+1=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (\alpha+1)^2+\beta^2=0 \begin{cases} \alpha=-1 \\ \text{και} \\ \beta=0 \end{cases}$$

Γ2. i) $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{2x^2-5x+3} = \lim_{x\to 1}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{2(x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} =$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{(x-1)(2x-3)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x-3)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} = \frac{2}{-1\cdot 4} = -\frac{1}{2}.$$

ii) Θέτουμε f(x)=u οπότε

για $x\to 1$ έχουμε $f(x)\to -\dfrac{1}{2}$ άρα $u\to -\dfrac{1}{2}$ και $\lim_{x\to 1}\dfrac{2f^2(x)-3f(x)-2}{4f^2(x)-1} = \lim_{u\to -\frac{1}{2}}\dfrac{2u^2-3u-2}{4u^2-1} =$

$$= \lim_{u\to -\frac{1}{2}}\frac{2(u-2)\left(u+\frac{1}{2}\right)}{(2u-1)(2u+1)} = \lim_{u\to -\frac{1}{2}}\frac{(u-2)(2u+1)}{(2u-1)(2u+1)} = \frac{-\frac{1}{2}-2}{2\left(-\frac{1}{2}\right)-1} = \frac{-\frac{5}{2}}{-2} = \frac{5}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω $x_1, x_2 \in (0,+\infty)$ με $x_1<x_2$ τότε $e^{x_1}<e^{x_2}$ και $\ln x_1<\ln x_2$ οπότε

$$e^{x_1}+\ln x_1 < e^{x_2}+\ln x_2 \Leftrightarrow$$

$$e^{x_1}+\ln x_1+3 < e^{x_2}+\ln x^2+3$$

$f(x_1)<f(x_2)$ οπότε f είναι γν. αύξουσα $(0, +\infty)$

Δ2.

α) f(x)>f(3) τότε x>3

β) $f(2x+1)<5 \Leftrightarrow f(2x+1)<f(3)$ τότε $2x+1<3 \Leftrightarrow x>1$

γ) $f(x^2-3x)\geq f(2-4x)$ τότε $x^2-3x\geq 2-4x \Leftrightarrow$

$x^2+x-2\geq 0\ldots$

δ) $f(3x-1)<f(2x+3)$ τότε $3x-1<2x+3$

$x<4$

ε) $f(e^x+3)>f(4)$ τότε $e^x+3>4 \Leftrightarrow e^x>1 \Leftrightarrow e^x>e^0 \Leftrightarrow x>0$

Δ3. Η ανίσωση γίνεται $e^x+\ln x<e$ ή

$e^x+\ln x+3<e+3$ ή

$f(x)<f(1)$ άρα $x<1$