



**Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Α**  
**Ο Μ Ο Κ Ε Ν Τ Ρ Ο**  
**Α. Φλωρόπουλου**  
 για μαθητές με απαιτήσεις

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42  
 • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Κυριακή 10 Ιανουαρίου 2016

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f(x) = x^v, x \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{N}^* - \{1\}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει  $f'(x) = (x^v)' = vx^{v-1}$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

**A2.** Να διατυπώσετε το Θ. Rolle.

**Μονάδες 10**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $-f$  είναι συμμετρική ως προς τον άξονα  $x'x$ , της γραφικής παράστασης της  $f$ .

**β)** Αν είναι  $0 < \alpha < 1$  τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = +\infty$ .

**γ)** Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0$ , τότε δεν είναι και παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

**δ)** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$  τότε  $f(x) < 0$  κοντά στο  $x_0$ .

**ε)** Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα διάστημα  $\Delta$  και δεν μηδενίζεται σε αυτό τότε η  $f$  διατηρεί πρόσημο στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f$  με  $f(x) = 3 \ln 2x + e^{3x} + 4x - 2$

**B1.** Να εξετάσετε ως προς την μονοτονία την  $f$ .

**Μονάδες 6**

**B2.** Υπολογίστε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Μονάδες 7**

**B3.** Να λυθεί η εξίσωση  $f(x)=e^{3/2}$ .

**Μονάδες 8**

**B4.** Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\mu$  για τον οποίο ισχύει

$$3 \ln 4\mu - 3 \ln(2\mu^2 + 2) - 4(\mu^2 + 1) = e^{3(\mu^2+1)} - e^{6\mu} - 8\mu.$$

**Μονάδες 4**

### **ΘΕΜΑ Γ**

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(\alpha)=\alpha$  και  $f(\beta)=\beta$  όπου  $0 < \alpha < \beta$ . Δείξτε ότι:

**Γ1.** Υπάρχει εφαπτομένη της  $C_f$  που είναι παράλληλη στην ευθεία  $y=x$ .

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Υπάρχει  $x_0 \in (\alpha, \beta)$  τέτοιο ώστε  $f(x_0)=\alpha+\beta-x_0$ .

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Υπάρχουν  $\xi_1, \xi_2 \in (\alpha, \beta)$  με  $\xi_1 < \xi_2$  τέτοια ώστε  $f'(\xi_1) \cdot f'(\xi_2) = 1$ .

**Μονάδες 10**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μία συνάρτηση, η οποία είναι παραγωγίσιμη και ισχύει  $f'(x) \neq 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι 1-1.

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να δείξετε ότι υπάρχει η  $f^{-1}$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x^2 + 2) - f(4x - 1) = 0$ .

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Αν η  $C_f$  διέρχεται από τα σημεία  $A(1, 2)$ ,  $B(-1, -5)$  και η  $f$  έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$ , να λύσετε την εξίσωση  $f^{-1}(f(x)+7)=1$ .

**Μονάδες 4**

**Καλή επιτυχία!!!**