ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2. δ** **Α3. α** **Α4. β**

Α5. α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή είναι η απάντηση (γ).

Συγκρίνοντας τη γενική εξίσωση του αρμονικού κύματος: $y = A\,ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$ με τη δοσμένη εξίσωση έχουμε: $y = 0,4\,ημπ(4t - 2x)$ (SI) παίρνουμε:

$A = 0,4$ m, $T = 0,5$ s, $λ = 1$ m.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $υ_δ = \frac{λ}{T} = 2$ m/s.

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι:

$υ_{max} = ωA = \frac{2π}{T}A = 1,6π$ m/s.

Άρα $\frac{υ_{max}}{υ_δ} = \frac{1,6π\ m/s}{2\ m/s} = 0,8π$.

Β2. Σωστή είναι η απάντηση (γ).

Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης όταν το σώμα μάζας m_2 είναι ακίνητο πριν τη κρούση ($υ_2 = 0$) οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{m - 3m}{m + 3m}\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5} \rightarrow \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10} \text{ και}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m}{m + 3m}\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5} \rightarrow \upsilon_2' = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$$

Το μήκος κύματος που καταγράφει ο δέκτης πριν την κρούση είναι ίδιο με εκείνο της πηγής (αφού η πηγή είναι ακίνητη) δηλαδή: $\boldsymbol{\lambda_1 = \lambda_s}$.

Μετά την κρούση, η πηγή απομακρύνεται από το δέκτη με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_s = \upsilon_2' = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$, άρα ο δέκτης ανιχνεύει μήκος κύματος: $\lambda_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s}{f_s}$ όπου $f_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\lambda_s}$ η πραγματική συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή. Άρα:

$$\lambda_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}}{\upsilon_{\eta\chi}}\lambda_s \rightarrow \boldsymbol{\lambda_2 = \frac{11}{10}\lambda_s}.$$

Άρα το ζητούμενο πηλίκο είναι: $\boldsymbol{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{10}{11}}$.

Β3. *Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).*

Αφού το νερό θεωρείται ιδανικό και η παροχή είναι σταθερή, έχουμε μια μόνιμη ροή για την οποία η εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου Α της επιφάνειας και ενός σημείου Γ, στην έξοδο του λεπτού σωλήνα, πάνω σε μια ρευματική γραμμή, δίνει:

$$p_{\alpha\tau} + \rho g(H + h) + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \xrightarrow{\upsilon_A = 0} \rho g(H + h) = \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2g(H + h)}$$

Αλλά από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στην είσοδο (σημείο Β) και έξοδο (σημείο Γ) του λεπτού σωλήνα παίρνουμε:

$$A_B\upsilon_B = A_\Gamma\upsilon_\Gamma \rightarrow \upsilon_B = \upsilon_\Gamma = \sqrt{2g(H + h)}$$

Β. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Εφαρμόζοντας ξανά την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Β και Γ έχουμε:

$$p_B + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \rightarrow p_B = p_{\alpha\tau} - \rho g h$$

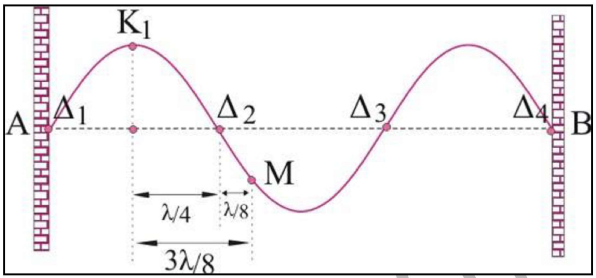
Ενώ $p_A = p_{\alpha\tau}$, οπότε:

$$p_A - p_B = p_{\alpha\tau} - (p_{\alpha\tau} - \rho g h) = \rho g h$$

Β4. Σωστή είναι η απάντηση (γ).

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ δίνεται από τη σχέση:

$$u_{M(max)} = \omega\ A'_M = \omega\ 2A\sigma\upsilon\nu\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_M}{\lambda}\right| \quad (1).$$



Το σύμβολο x_M δηλώνει απόσταση από μια κοιλία της χορδής. Παίρνοντας $x = 0$ την κοιλία K_1 έχουμε: $x_M = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{8} = \frac{3\lambda}{8}$.

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε:

$$u_{M(max)} = \omega\ 2A\sigma\upsilon\nu\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{3\lambda}{8}}{\lambda}\right| = 2\omega A\sigma\upsilon\nu\left|\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}\right| = 2\omega A\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow u_{M(max)} = 2\pi f\ A\sqrt{2}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το σώμα θα κάνει ΑΑΤ με $D = k = m\ \omega_1^2 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow$ $\boldsymbol{\omega_1 = 10\ rad/s}$

και περίοδο $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \rightarrow$ $\boldsymbol{T_1 = \frac{\pi}{5}\ s}$.

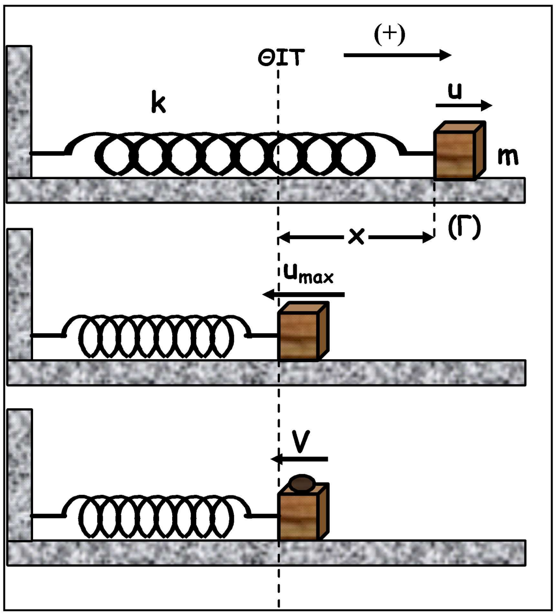
Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης (ΑΔΕΤ):

$$K_\Gamma + U_\Gamma = E_{o\lambda} \rightarrow \frac{1}{2}m\,u^2 + \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 \rightarrow 12 + 100\ 4\ 10^{-2} = 100\ A_1^2 \rightarrow$$

$$A_1^2 = \frac{16}{100} \rightarrow \boldsymbol{A_1 = 0{,}4\ m}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε σχέση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση:

$$x = A_1\ \eta\mu(\omega_1 t + \varphi_0)$$



Ο ταλαντωτής τη χρονική στιγμή **t = 0** **βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση x = 20 cm και η ταχύτητα του είναι θετική (u > 0)**. Για να υπολογίσουμε την αρ-

χική φάση ακολουθούμε την εξής διαδικασία:
Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t = 0$ και $x = 20\ cm = 0,2\ m$. Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$0,2 = 0,4\ ημ(ω_1\ 0 + φ_0\ ) \rightarrow$

$0,2 = 0,4\ ημφ_0 \rightarrow ημφ_0 = \frac{1}{2} = ημ\frac{π}{6}$

Γράφουμε τις τριγωνομετρικές εξισώσεις:

$φ_0 = 2κπ + \frac{π}{6}$ (1) και

$φ_0 = 2κπ + π - \frac{π}{6} = 2κπ + \frac{5π}{6}$ $(κ \in Z)$ (2)

Για $κ = 0$: (1) $\rightarrow$ $\boldsymbol{φ_0 = \frac{π}{6}}$ **rad**. Επειδή $u = u_{max}\ συν\frac{π}{6} > 0$ δεκτή.

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$\boldsymbol{x = 0,4\ ημ(10\ t + \frac{π}{6})\quad (SI)}$$

Γ2. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T_1}{2} = \frac{π}{10}$ s η απομάκρυνση του σώματος είναι:

$x_1 = 0,4\ ημ(10\frac{π}{10} + \frac{π}{6}) \rightarrow x_1 = 0,4\ ημ(π + \frac{π}{6}) \rightarrow x_1 = 0,4\ (-\frac{1}{2}) \rightarrow x_1 = -0,2\ m.$

Επειδή η διεύθυνση του ελατηρίου είναι οριζόντια η απομάκρυνση του σώματος x_1 και η παραμόρφωση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού μήκους $Δ\ell$ είναι ίσες. Άρα:

$U_{ελ} = \frac{1}{2}\ k\ Δ\ell^2 = \frac{1}{2}\ k\ x_1^2 = \frac{1}{2}\ 100\ 4\ 10^{-2} \rightarrow \boldsymbol{U_{ελ} = 2\ J}$.

Γ3. Στην θέση ισορροπίας είναι:

$x = 0 \rightarrow 0,4\ ημ(10\ t_2 + \frac{π}{6}) = 0 \rightarrow ημ(10\ t_2 + \frac{π}{6}) = 0 = ημ0^0$ άρα:

$10\ t_2 + \frac{π}{6} = 2κ\ π \rightarrow 10\ t_2 = 2κ\ π - \frac{π}{6}$ $(κ \in Z)$ (1)

$10\ t_2 + \frac{π}{6} = 2κ\ π + π \rightarrow 10\ t_2 = 2κ\ π + \frac{5π}{6}$ $(κ \in Z)$ (2)

Για $κ = 0$: (1) $\rightarrow t_2 = -\frac{π}{60}$ s < 0 απορρίπτεται.

$$(2) \to t_2 = \frac{5\pi}{60} = \frac{\pi}{12} \text{ s.}$$

$u_1 = u_{max} = \omega_1 A_1 =$ **4 m/s** .

Γ4. Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) στην διεύθυνση του ελατηρίου για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \to m\, u_{max} = (m + \frac{m}{3})\, V \to m\, u_{max} = \frac{4m}{3}\, V \to \mathbf{V = 3\ m/s}\,.$$

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ γύρω **από την ίδια θέση ισορροπίας** με $D = k = (m + \frac{m}{3})\, \omega_2^2 \to \boldsymbol{\omega_2 = 5\sqrt{3}}$ **rad/s.**

Επειδή η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης δεν άλλαξε μετά την κρούση η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ που θα ακολουθήσει, δηλαδή:

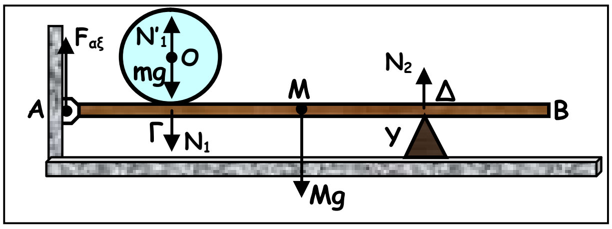
$$V = V_{max} = \omega_2 A_2 \to A_2 = \frac{3}{5\sqrt{3}} \text{ rad/s} \to \mathbf{A_2 = 0{,}2\sqrt{3}\, m}\ .$$

Γ5. Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του ταλαντωτή είναι:

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1}\, 100\% = \frac{\frac{1}{2} k A_2^2 - \frac{1}{2} k A_1^2}{\frac{1}{2} k A_1^2}\, 100\% = \frac{12\ 10^{-2} - 16\ 10^{-2}}{16\ 10^{-2}}\, 100\% = \mathbf{-\ 25\%}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία του κυλίνδρου έχουμε ότι: $N_1^{'} = m\,g = 180$ N όπου $N_1^{'}$ η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από τη δοκό. Αλλά $N_1^{'} = N_1$ επειδή έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης, οπότε $N_1 = 180$ N



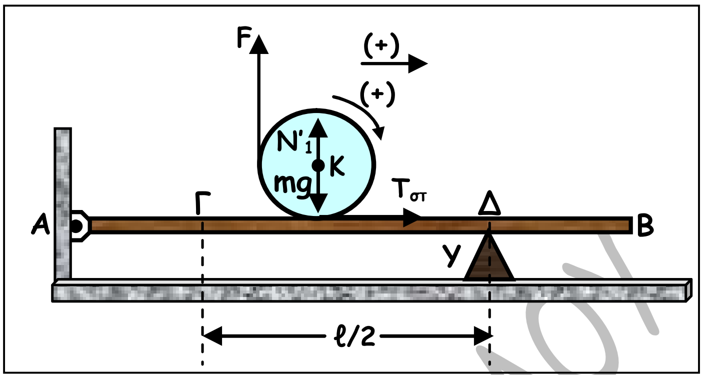
Η δοκός ισορροπεί, άρα:

$$Στ_{(A)} = 0 \to -\,N_1\,(ΑΓ) - Mg\,\frac{l}{2} + N_2\,(ΑΔ) = 0 \to N_2\,\frac{3l}{4} = N_1\,\frac{l}{4} + Mg\,\frac{l}{2} \to$$

$3N_2 = 180 + 2\ 300 \to 3N_2 = 780 \to$ **N_2 = 260 N.**

$ΣF = 0 \to N_2 + F_{αξ} - N_1 - Mg = 0 \to F_{αξ} = N_1 + Mg - N_2 \to$ **$F_{αξ}$ = 220 N.**

Δ2. Ο κύλινδρος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη σύνθετη κίνηση. Οι δυνάμεις F, N_1' και mg έχουν κατακόρυφη διεύθυνση ενώ ο κύλινδρος κινείται επιταχυνόμενος μεταφορικά στην οριζόντια διεύθυνση με φορά προς τα δεξιά. Άρα η τριβή θα έχει φορά προς τα δεξιά αφού είναι η μόνη δύναμη που τον επιταχύνει στον οριζόντιο άξονα.



Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_{cm1} \rightarrow T_{\sigma\tau} = m\,a_{cm}$ (1)

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$\Sigma\tau_{(K)} = I_{cm}\,a_{\gamma} \rightarrow F\,R - T_{\sigma\tau}\,R = \frac{1}{2}m\,R^2\,a_{\gamma} \rightarrow F - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}m\,R\,a_{\gamma}$ (2)

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $a_{cm} = a_{\gamma}\,R$ (3)

Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται: $F - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}m\,a_{cm}$ (4)

Από τις (1) και (4) παίρνουμε: $F - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}\,T_{\sigma\tau} \rightarrow 2F = 3\,T_{\sigma\tau} \rightarrow \boldsymbol{T_{\sigma\tau} = 12\ N}$.

Δ3. Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου στη θέση Δ είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω της μεταφορικής του κίνησης και της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφικής του κίνησης, δηλαδή είναι:

$K_{\Delta} = K_{\mu\varepsilon\tau} + K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}\,m u_{\Delta}^2 + \frac{1}{2}\,I_{cm}\,\omega_{\Delta}^2 = \frac{1}{2}m u_{\Delta}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\,\omega_{\Delta}^2 \rightarrow$

$K_{\Delta} = \frac{1}{2}m u_{\Delta}^2 + \frac{1}{4}m(\omega_{\Delta}R)^2$.

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $u_{\Delta} = \omega_{\Delta}\,R$.

Άρα $K_{\Delta} = \frac{1}{2}\,m u_{\Delta}^2 + \frac{1}{4}\,m u_{\Delta}^2 \rightarrow K_{\Delta} = \frac{3}{4}\,m u_{\Delta}^2$

ΘΜΚΕ (Γ) → (Δ) για τον κύλινδρο:

$K^{(\Delta)} - K^{(\Gamma)} = \Sigma W \rightarrow K^{(\Delta)} = W_F^{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} \rightarrow \frac{3}{4}\,m u_{\Delta}^2 = \tau_F\,\Delta\theta = F\,R\,\Delta\theta \xrightarrow{(\Gamma\Delta) = \Delta\theta\,R}$

$\frac{3}{4}\,m u_{\Delta}^2 = F\,(\Gamma\Delta) \rightarrow u_{\Delta}^2 = \frac{4}{3}\,\frac{F}{m}\,\frac{1}{2} = 8 \rightarrow \boldsymbol{u_{\Delta} = 2\sqrt{2}\ m/s}$.

Δ4. Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στον κύλινδρο στο σημείο Δ, ισούται με την ισχύ της δύναμης F δηλαδή:

$$P_F = \frac{dW_F}{dt} = \frac{\tau_F\, d\theta}{dt} = F\,R\,\omega_\Delta \xrightarrow{\upsilon_\Delta = \omega_\Delta R} P_F = F\,\upsilon_\Delta \rightarrow \mathbf{P_F = 36\sqrt{2}\ J/s.}$$

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου καθώς αυτός κινεί-ται πάνω στη δοκό, είναι:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{(K)} \rightarrow \frac{dL}{dt} = F\,R - T_{\sigma\tau}\,R \rightarrow \frac{dL}{dt} = (18 - 12)\frac{12}{8} \rightarrow \mathbf{\frac{dL}{dt} = 9\ N\,m}$$