ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Α' ΟΜΑΔΑ)

7 – 11 – 2010

Θέμα 1ο

1. δ **2. δ** **3. γ** **4. γ** **5. γ**

Θέμα 2ο

1. *Σωστό το β*.

Η περίοδος της ΑΑΤ του σημείου Α είναι:

$$T + \frac{T}{2} = (14 - 2)\ s \rightarrow \frac{3T}{2} = 12\ s \rightarrow \mathbf{T = 8\ s}.$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής παίρνουμε:

$$u = \lambda\, f = \lambda \frac{1}{T} = 0.4 \frac{1}{8} \rightarrow \mathbf{u = 0{,}05\ m/s = 5\ cm/s}\ .$$

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα ψ – t που μας δίνεται το σημείο Α αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_A = 2$ s άρα η απόσταση του x_A από την πηγή των κυμάτων είναι:

$$x_A = u\, t_A = 5\ cm/s\ 2\ s \rightarrow \mathbf{x_A = 10\ cm}.$$

2. Α. *Σωστό το α*.

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \xrightarrow{D=k} f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\ .$$

Όταν τετραπλασιάσουμε τη μάζα του ταλαντωτή η ιδιοσυχνότητα του συστήματος θα γίνει:

$$f_0' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{4\,m}} = \frac{1}{2}\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \boldsymbol{f_0' = \frac{f_0}{2}}\ .$$

Β. *Σωστό το β.*

Όταν η συχνότητα του διεγέρτη f είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος, το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με μέγιστο πλάτος.

Όταν υποδιπλασιαστεί η ιδιοσυχνότητα του συστήματος θα είναι $f \neq f_0'$ οπότε το σύστημα θα πάψει να βρίσκεται σε συντονισμό και το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα ελαττωθεί.

3. Σωστό το α.

Από το διάγραμμα q – t που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι:

$$\mathbf{Q_1 = Q_2 \quad και \quad T_2 = 2\,T_1} \qquad άρα \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1 Q_1}{\omega_2 Q_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \boldsymbol{\frac{I_1}{I_2} = 2}$$

4. *α. Λάθος*

Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση:

$A_\kappa = A_0\, e^{-\Lambda t}$, όπου $t = \kappa\, T$, $(\kappa = 0, 1, ..)$

β. Σωστό

Το χρονικό διάστημα Δt που απαιτείται για να μειωθεί οποιαδήποτε τιμή του πλάτους στο μισό της είναι:

$$A_\kappa = A_0\, e^{-\Lambda t} \rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0\, e^{-\Lambda \Delta t} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\Lambda \Delta t} \rightarrow \rightarrow \ln\frac{1}{2} = \ln\left(e^{-\Lambda \Delta t}\right) \rightarrow$$

$$-\ln 2 = -\Lambda\,\Delta t \rightarrow \boldsymbol{\Delta t = \frac{\ln 2}{\Lambda}} = \textbf{σταθερό}$$

γ. Σωστό

Ο λόγος των διαδοχικών πλατών στην ίδια διεύθυνση, είναι:

$$\frac{A_\kappa}{A_{\kappa+1}} = \frac{A_0\, e^{-\Lambda \kappa T}}{A_0\, e^{-\Lambda(\kappa+1)T}} = e^{-\Lambda \kappa T + \Lambda(\kappa+1)T} = e^{-\Lambda \kappa T + \Lambda \kappa T + \Lambda T} \rightarrow \boldsymbol{\frac{A_\kappa}{A_{\kappa+1}} = e^{\Lambda T}} =$$

σταθερός

Θέμα 3ο

α. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο σημείων της χορδής που απέχουν Δx = 1,5 m δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\varphi = 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda} \xrightarrow[\Delta x = 1,5\ m]{\Delta\varphi = 3\pi\ rad} 3\pi = 2\pi\,\frac{1,5}{\lambda} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 1\ m}.$$

Η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος είναι:

$$u = 0,5\ m/s \rightarrow \lambda\, f = 0,5 \rightarrow \mathbf{f = 0,5\ Hz\ \text{και}\ T = \frac{1}{f} = 2\ s}.$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής δίνεται από τη σχέση:

$$u_{max} = \omega\, A = 2\pi\, f\, A \rightarrow A = \frac{u_{max}}{2\pi\, f} = \frac{0,1\,\pi}{2\pi\ 0,5} \rightarrow \mathbf{A = 0,1\ m}.$$

Άρα η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι: $\boldsymbol{\psi = 0,1\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - x\right)}$ **(S.I.).**

β. Η φάση του σημείου Π, που απέχει από την πηγή Ο απόσταση x_Π = 2,5 m, τη χρονική στιγμή t = 4 s είναι:

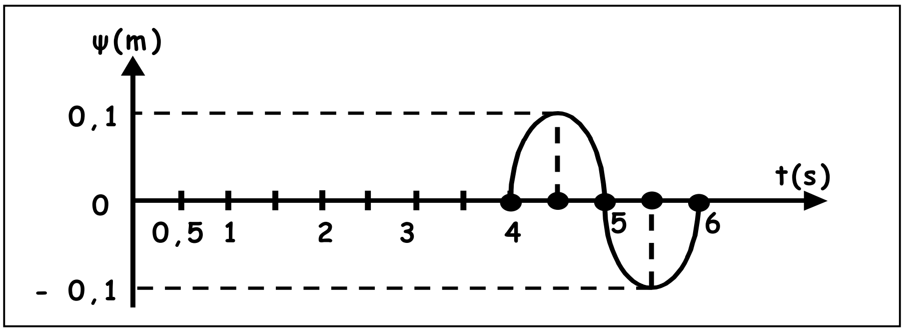
$$\varphi_\Pi = 2\pi\left(\frac{t}{2} - x_\Pi\right) = 2\pi\left(\frac{4}{2} - 2,5\right) = -\pi\ rad < 0.$$

Άρα τη χρονική στιγμή 4 s **η απομάκρυνση και η ταχύτητα του σημείου Π θα είναι μηδέν** αφού δεν έχει αρχίσει ακόμη να ταλαντώνεται.

γ. Το σημείο Μ θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή:

$$x_M = u\, t_M \rightarrow t_M = \frac{x_M}{u} = 4\ s$$

Το διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου: $\psi_M = 0,1\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - 2\right)$ με $4\ s \le t$ της ΑΑΤ που εκτελεί το σημείο Μ είναι:



δ. Τη χρονική στιγμή t = 6,5 s το κύμα έχει φθάσει στο σημείο που απέχει:

$x = u\,t = 3{,}25$ m από την πηγή.

Η εξίσωση του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή γράφεται:

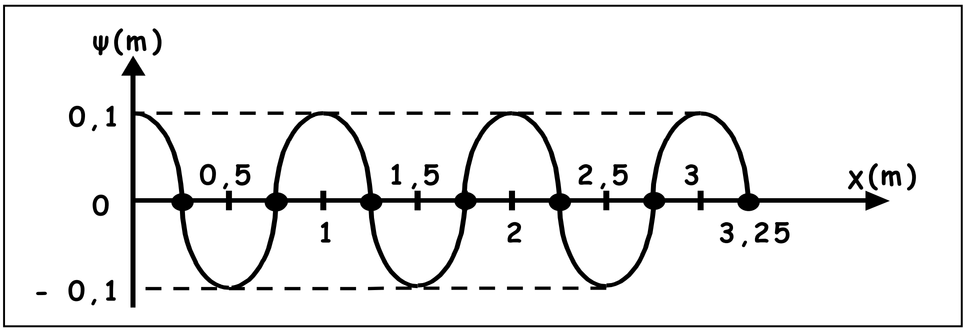
$ψ = 0{,}1\ ημ2π(3{,}25 - x) = 0{,}1\ ημ(6{,}5π - 2πx)$ με $x \le 3{,}25$ m

Η σχέση αυτή δίνει την απομάκρυνση όλων των σημείων του μέσου, από την πηγή έως το σημείο που απέχει x = 3,25 m από την πηγή, την χρονική στιγμή t = 6,5 s .

Για x = 0 m $\rightarrow$ ψ = 0,1 m

για $x = \frac{λ}{4} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ m $\rightarrow$ ψ = 0 m

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t = 6,5 s είναι:



Θέμα 4ο

Α. α. Το σύστημα ελατηρίου – σώματος κάνει ΑΑΤ με $D = k = m\,ω^2 \rightarrow$

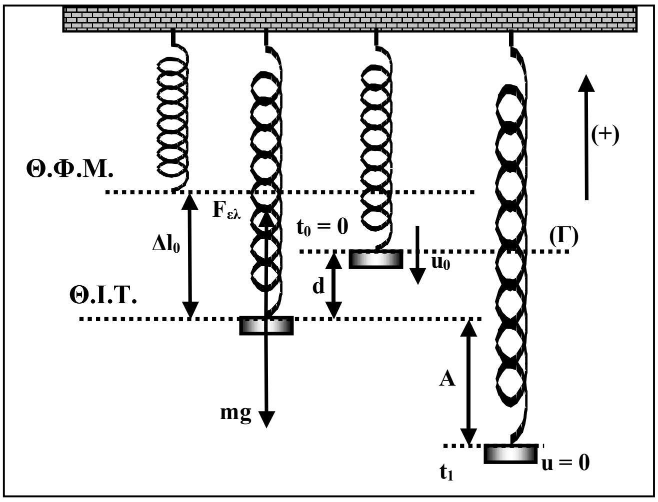
$$ω = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{4}} \rightarrow \boldsymbol{ω = 10\ rad/s\ και\ T = \frac{2π}{ω} = \frac{π}{5}}\ s.$$

Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης (ΑΔΕΤ) από τη θέση (Γ) που βάλλεται το σώμα ως την ακραία θέση:

$$K_Γ + U_Γ = E_{ολ} \rightarrow \frac{1}{2}m\,u_0^2 + \frac{1}{2}k\,d^2 = \frac{1}{2}k\,A^2 \rightarrow 3 + 1 = 400\,A^2 \rightarrow A^2 = \frac{4}{400} \rightarrow$$

$A = 0,1\ m$

Άρα $u_{max} = \omega A \rightarrow \mathbf{u_{max} = 1\ m/s}$.



β. Η εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$u = u_{max}\,συν(\omega t + \varphi_0)$$

Ο ταλαντωτής τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x = d = 0,05\ m$ και η ταχύτητα του είναι αρνητική ($u_0 < 0$) . Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t_0 = 0$ και $x = 0,05\ m$. Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$0,05 = 0,1\,ημ(\omega\, 0 + \varphi_0) \rightarrow 0,05 = 0,1\,ημ\varphi_0 \rightarrow ημ\varphi_0 = \frac{1}{2} = ημ\frac{\pi}{6}$$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$ (1) και $\varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}$ $(\kappa \in Z)$ (2)

με $0 \le \varphi_0 < 2\pi$

Για κ = 0: (1) $\rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ rad. Επειδή $u = u_{max}\,συν\frac{\pi}{6} > 0$ απορρίπτεται.

(2) $\rightarrow \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{5\pi}{6}}$ **rad**. Επειδή $u = u_{max}\,συν\frac{5\pi}{6} < 0$ δεκτή

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$\mathbf{u = 1\ συν\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)\quad (S.I.)}$$

γ. Ο ταλαντωτής περνάει για πρώτη φορά από τη θέση με απομάκρυνση: $x_1 = +\frac{A}{2} = 0,05\ m = d$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με αρνητική ταχύτητα μέτρου $u_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\mathbf{\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{W_{\Sigma F}}{\Delta t} = \frac{\Sigma F\ \Delta x}{\Delta t} = \Sigma F\ u_0 = -\,k\ x_1\ u_0 \rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = 10\sqrt{3}\ J/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta K}{\Delta t} = -\ 10\sqrt{3}\ \text{J/s (αφού } E_{ολ} = \text{σταθ.} \rightarrow \frac{\Delta E_{ολ}}{\Delta t} = 0\text{)}.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του ταλαντωτή είναι:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -\ k\ x_1 \rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -\ 400\ 0{,}05 = -\ 20\ \text{N}.$$

B. Το πλάτος $A_{τελ}$ της ταλάντωσης όταν ο ταλαντωτής έχει χάσει ενέργεια Q = 1,5 J είναι:

$$Q = E_{αρχ} - E_{τελ} = \frac{1}{2}k A^2 - \frac{1}{2}k A_{τελ}^2 \rightarrow 1{,}5 = 200(10^{-2} - A_{τελ}^2) \rightarrow$$

$$1{,}5 = 2 - 200 A_{τελ}^2 \rightarrow A_{τελ}^2 = 0{,}25\ 10^{-2} \rightarrow \mathbf{A_{τελ} = 0{,}05\ m.}$$

Επειδή η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση είναι της μορφής F = - b u το πλάτος της ταλάντωσης θα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $A_κ = A_0\ e^{-\Lambda t}$.

Ο χρόνος που απαιτείται για να γίνει το πλάτος της ταλάντωσης ίσο με $A_{τελ}$ = 0,05 m = 5 cm θα είναι σύμφωνα με την παραπάνω σχέση:

$$A_{τελ} = A\ e^{-\Lambda t} \rightarrow 5 = 10\ e^{-\Lambda t} \rightarrow e^{-\Lambda t} = \frac{1}{2} \rightarrow \ln e^{-\Lambda t} = \ln\frac{1}{2} \rightarrow -\Lambda t = -\ln 2$$

$$\rightarrow$$

$$t = \frac{\ln 2}{\Lambda} = \frac{0{,}7}{0{,}175} \rightarrow \mathbf{t = 4\ s}.$$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Β' ΟΜΑΔΑ)

07 – 11 – 2010

Θέμα 1ο

1. γ 2. γ 3. δ 4. β 5. α

Θέμα 2ο

1. **(α)** **Η σταθερά επαναφοράς θα παραμείνει σταθερή** αφού για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή αποδεικνύεται ότι D = k = σταθ. όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

(β) **Η περίοδος θα διπλασιαστεί** αφού για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή είναι ίση με $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ άρα:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{4} = 2 \rightarrow \mathbf{T' = 2T}$$

(γ) **Η κυκλική συχνότητα θα υποδιπλασιαστεί** αφού:

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{T'}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{T'} = \frac{T}{2T} = \frac{1}{2} \rightarrow \boldsymbol{\omega' = \frac{\omega}{2}}$$

(δ) **Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερή** αφού:

$$\frac{E'_{ολ}}{E_{ολ}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}kA^2} = 1 \rightarrow \mathbf{E'_{ολ} = E_{ολ}}$$

2. ***Σωστό το β***.

Η περίοδος της ΑΑΤ του σημείου Α είναι:

$$T + \frac{T}{2} = (14 - 2)\ s \rightarrow \frac{3T}{2} = 12\ s \rightarrow \mathbf{T = 8\ s}.$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής παίρνουμε:

$$u = \lambda f = \lambda \frac{1}{T} = 0.4 \frac{1}{8} \rightarrow \mathbf{u = 0{,}05\ m/s = 5\ cm/s}\ .$$

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα ψ – t που μας δίνεται το σημείο A αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_A = 2$ s άρα η απόσταση του x_A από την πηγή των κυμάτων είναι:

$$x_A = u\, t_A = 5\ cm/s\ 2\ s \rightarrow \mathbf{x_A = 10\ cm}.$$

3. Σωστό το α.

Από το διάγραμμα q – t που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι:

$$\mathbf{Q_1 = Q_2 \quad και \quad T_2 = 2\ T_1} \qquad άρα \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1 Q_1}{\omega_2 Q_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \mathbf{\frac{I_1}{I_2} = 2}$$

Θέμα 3ο

α. Η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων στο κύκλωμα LC είναι ίση με:

$$T = 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi \sqrt{2\ 10^{-2}\ 2\ 10^{-6}} \rightarrow \mathbf{T = 4\pi\ 10^{-4}\ s}.$$

β. Επειδή τη χρονική στιγμή t = 0 το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο (q = Q), για την ένταση του ρεύματος ισχύει η σχέση: $i = -I\ ημ(\omega t)$.

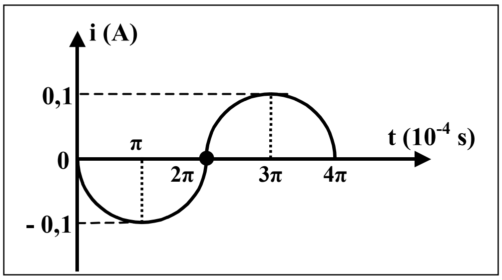
Η κυκλική συχνότητα ω της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi\ 10^{-4}} \rightarrow \mathbf{\omega = 5000\ rad/s}.$$

Το πλάτος I της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ίσο με:

$$I = \omega Q \rightarrow \mathbf{I = 0{,}1\ A}.$$

Άρα: $\mathbf{i = -\ 0{,}1\ ημ(5000t)\ \ (SI)}$



γ. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 2\pi\ 10^{-4} \rightarrow \mathbf{\Delta t = 2\pi\ 10^{-4}\ s.}$$

δ. Σε κάθε ιδανικό κύκλωμα LC ισχύει:

$$E_{αυτ} = V_C \rightarrow -L\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{q}{C} \rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{q}{LC} = -\omega^2\frac{Q}{2} = -25\ 10^6\ 10^{-5} \rightarrow$$
$$\mathbf{\frac{\Delta i}{\Delta t} = -250\ A/s.}$$

<u>Θέμα 4^ο</u>

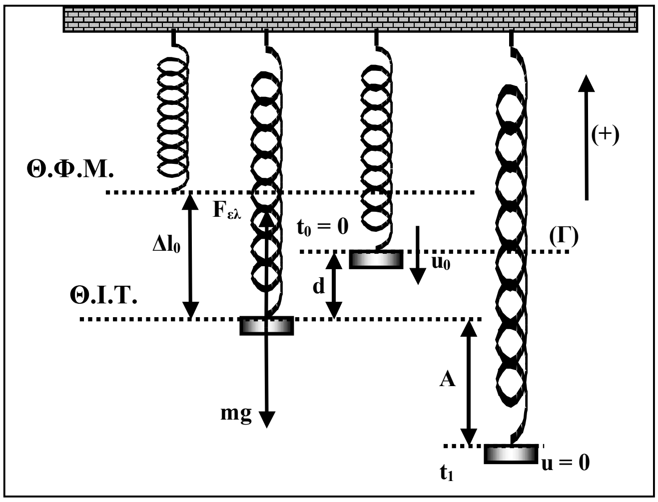
Α. α. Το σύστημα ελατηρίου – σώματος κάνει ΑΑΤ με $D = k = m\,\omega^2 \rightarrow$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{4}} \rightarrow \mathbf{\omega = 10\ rad/s\ και\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}\ s.}$$

Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης (ΑΔΕΤ) από τη θέση (Γ) που βάλλεται το σώμα ως την ακραία θέση:

$$K_Γ + U_Γ = E_{ολ} \rightarrow \frac{1}{2}m\,u_0^2 + \frac{1}{2}k\,d^2 = \frac{1}{2}k\,A^2 \rightarrow 3 + 1 = 400\,A^2 \rightarrow A^2 = \frac{4}{400} \rightarrow$$
$$A = 0{,}1\ m$$

Άρα $u_{max} = \omega\,A \rightarrow \mathbf{u_{max} = 1\ m/s.}$



β. Η εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο είναι: $u = u_{max}\,συν(\omega t + \varphi_0)$

Ο ταλαντωτής τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x = d = 0{,}05\ m$ και η ταχύτητα του είναι αρνητική ($u_0 < 0$) . Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t_0 = 0$ και $x = 0{,}05\ m$. Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$0{,}05 = 0{,}1\ ημ(ω\ 0 + φ_0) \rightarrow 0{,}05 = 0{,}1\ ημφ_0 \rightarrow ημφ_0 = \frac{1}{2} = ημ\frac{π}{6}$ με $0 \leq φ_0 <$ $2π$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$$φ_0 = 2κπ + \frac{π}{6} \quad (1) \qquad \text{και} \qquad φ_0 = 2κπ + π - \frac{π}{6} = 2κπ + \frac{5π}{6} \quad (κ \in Z) \quad (2)$$

Για κ = 0: $(1) \rightarrow φ_0 = \frac{π}{6}$ rad. Επειδή $u = u_{max}\ συν\frac{π}{6} > 0$ απορρίπτεται.

$(2) \rightarrow \boldsymbol{φ_0 = \frac{5π}{6}}$ **rad**. Επειδή $u = u_{max}\ συν\frac{5π}{6} < 0$ δεκτή

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$\mathbf{u = 1\ συν\left(10t + \frac{5π}{6}\right) \quad (S.I.)}$$

γ. Ο ταλαντωτής περνάει για πρώτη φορά από τη θέση με απομάκρυνση: $x_1 = +\frac{A}{2} =$ $0{,}05$ m $= d$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με αρνητική ταχύτητα μέτρου $u_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\mathbf{\frac{ΔK}{Δt} = \frac{W_{ΣF}}{Δt} = \frac{ΣF\ Δx}{Δt} = ΣF\ u_0 = -\ k\ x_1\ u_0 \rightarrow \frac{ΔK}{Δt} = 10\sqrt{3}\ \ J/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι:

$$\mathbf{\frac{ΔU}{Δt} = -\frac{ΔK}{Δt} = -\ 10\sqrt{3}\ \ J/s\ (αφού\ E_{ολ} = σταθ. \rightarrow \frac{ΔE_{ολ}}{Δt} = 0).}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του ταλαντωτή είναι:

$$\mathbf{\frac{Δp}{Δt} = ΣF = -\ k\ x_1 \rightarrow \frac{Δp}{Δt} = -\ 400\ 0{,}05 = -\ 20\ N.}$$