# ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

## ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

**Χαρακτηριστικά μεγέθη της Α.Α.Τ.**

- **Συχνότητα** $f=\frac{N}{t}$ και $f=\frac{1}{T}$
- **Γωνιακή συχνότητα** $\omega=\frac{2\pi}{T}$ και $\omega=2\pi f$

### Κινητική προσέγγιση της Α.Α.Τ.

| |
|---|
| **1. Απομάκρυνση:** |
| $x = A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ όταν $\varphi_0 = 0$: $x = A\,\eta\mu\omega t$ |
| **2. Ταχύτητα** |
| $u=u_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)$ όπου $u_{max}=\omega A$ το πλάτος (η μέγιστη τιμή) της ταχύτητας<br>όταν $\varphi_0=0$: $u=u_{max}\sigma\upsilon\nu\omega t$ |
| **3. Επιτάχυνση** |
| $\alpha=-\alpha_{max}\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ όπου $\alpha_{max}=\omega^2 A$ το πλάτος (η μέγιστη τιμή) της επιτάχυνσης<br>όταν $\varphi_0=0$: $\alpha=-\alpha_{max}\,\eta\mu\omega t$ |
| **Σχέση επιτάχυνσης – απομάκρυνσης** $\alpha=-\alpha_{max}\eta\mu(\omega t+\varphi_0)=-\omega^2 A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \rightarrow \alpha=-\omega^2 x$ |

### Δυναμική προσέγγιση της Α.Α.Τ.

| |
|---|
| **1. Συνισταμένη δύναμη (δύναμη επαναφοράς)** |
| **Σχέση δύναμης – χρόνου** $\Sigma F=F_{\varepsilon\pi}=m\alpha=-m\alpha_{max}\,\eta\mu\omega t=-F_{max}\,\eta\mu\omega t$ |
| **Σχέση δύναμης – απομάκρυνσης** $\Sigma F = F_{\varepsilon\pi} = m\alpha = -m\omega^2 x = -Dx$<br>όπου $D=m\omega^2$ μια σταθερά η οποία εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος και λέγεται **σταθερά επαναφοράς** |
| **2. Περίοδος της ΑΑΤ** |
| $D = m\omega^2 \rightarrow D = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow D = m\frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{D} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ |

### Ενεργειακή προσέγγιση της Α.Α.Τ.

| |
|---|
| **1. Δυναμική ενέργεια** |
| $U = \frac{1}{2}Dx^2$ $U_{max} = \frac{1}{2}DA^2$ |
| **Σχέση της U ταλάντωσης με το χρόνο** $U = \frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2\omega t \rightarrow U = E_{o\lambda}\,\eta\mu^2\omega t$ |
| **2. Κινητική ενέργεια** |
| $K = \frac{1}{2}mu^2$ $K_{max} = \frac{1}{2}m\,u_{max}^2$ |
| **Σχέση της K ταλάντωσης με το χρόνο** $K = \frac{1}{2}m\,u_{max}^2\,\sigma\upsilon\nu^2\omega t \rightarrow K = E_{o\lambda}\,\sigma\upsilon\nu^2\omega t$ |
| **3. Μηχανική (ολική) ενέργεια** |
| $E_{o\lambda} = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\,u_{max}^2$ $E_{o\lambda} = U_{max} = K_{max}$ |

**Σχέση ταχύτητας και απομάκρυνσης:** $u = \pm\,\omega\sqrt{A^2-x^2}$

## ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

**Αρχικές συνθήκες (t=0): q=Q και i=0**

| |
|---|
| **1. Φορτίο στον πυκνωτή** |
| $q=Q\,\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2})=Q\,\sigma\upsilon\nu\omega t$ |

| | |
|---|---|
| **2. Ένταση ρεύματος στο κύκλωμα** | |
| **$i = I\,συν(ωt + \frac{π}{2}) = -I\,ημωt$** όπου **$I = ωQ$** το πλάτος (η μέγιστη τιμή) της έντασης του ρεύματος | |
| **3. Ιδιοπερίοδος και ιδιοσυχνότητα:** | |
| $T = 2π\sqrt{LC}$ και $f = \dfrac{1}{2π\sqrt{LC}}$ | |
| **4. Κυκλική συχνότητα:** | |
| $ω = 2π\,f = \dfrac{2π}{T} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ | |
| **5. Ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή** | |
| $U_E = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$ | $U_{E,\,max} = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$ |
| **Σχέση της $U_E$ με το χρόνο** $U_E = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}συν^2ωt \rightarrow U_E = E_{ολ}\,συν^2ωt$ | |
| **6. Ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου** | |
| $U_B = \dfrac{1}{2}L\,i^2$ | $U_{B,\,max} = \dfrac{1}{2}L\,I^2$ |
| **Σχέση της $U_B$ με το χρόνο** $U_B = \dfrac{1}{2}L\,I^2ημ^2ωt \rightarrow U_B = E_{ολ}\,ημ^2ωt$ | |
| **7. Ολική ενέργεια** | |
| $E_{ολ} = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C} = \dfrac{1}{2}L\,I^2$    $E_{ολ} = U_{E,\,max} = U_{B,\,max}$ | $E_{ολ} = U_E + U_B$ |

**Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ που κλείνουμε το διακόπτη το φορτίο του πυκνωτή είναι $q=0$ και $i > 0$, θα είναι $φ_0 = 0$ οπότε ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:**

| |
|---|
| **1. Φορτίο στον πυκνωτή** |
| $q = Q\,ημ(ωt + 0) = Q\,ημωt$ |
| **2. Ένταση ρεύματος στο κύκλωμα** |
| **$i = I\,συν(ωt+0) = I\,συνωt$** όπου **$I = ωQ$** το πλάτος (η μέγιστη τιμή) της έντασης του ρεύματος |

## ΕΛΕΥΘΕΡΕΣ ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Αν η δύναμη που προκαλεί τις απώλειες ενέργειας είναι της μορφής **$F_{αντ} = -bu$**, τότε:

**Το πλάτος της μηχανικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.**

$$A_κ = A_0\,e^{-Λt},\quad \text{όπου}\quad t = κ\,T,\ (κ=0,1,..)\ \text{και}\ Λ = \frac{b}{2m}\,(s^{-1})$$

**Ο λόγος των διαδοχικών πλατών στην ίδια διεύθυνση, είναι σταθερός.**

$$\frac{A_κ}{A_{κ+1}} = \frac{A_0\,e^{-ΛκT}}{A_0\,e^{-Λ(κ+1)T}} = e^{-ΛκT+Λ(κ+1)T} = e^{-ΛκT+ΛκT+ΛT} = e^{ΛT} = σταθ.\ (κ=0,1,...)$$

**Η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.**

$$E_κ = \frac{1}{2}D\,A_κ^2\ \text{ή}\ E_κ = \frac{1}{2}D\,A_0^2\,e^{-2Λt}\ \text{ή}\ E_κ = E_0\,e^{-2Λt}\ \text{όπου}\ t = κT,\ (κ=0,1,...)\ \text{και}\ Λ = \frac{b}{2m}$$

**Ο λόγος των διαδοχικών μεγίστων ενεργειών είναι σταθερός.**

$$\frac{E_κ}{E_{κ+1}} = \frac{E_0\,e^{-2ΛκT}}{E_0\,e^{-2Λ(κ+1)T}} = e^{-2ΛκT+2Λ(κ+1)T} = e^{-2ΛκT+2ΛκT+2ΛT} = e^{2ΛT} = σταθ.\ (κ=0,1,...)$$

**Το μέγιστο φορτίο της ηλεκτρικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.**

$$Q_κ = Q_0\,e^{-Λt},\quad \text{όπου}\quad t = κ\,T,\ (κ=0,1,...)\ \text{και}\ Λ = \frac{R}{2L}$$

## ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Συντονισμός είναι το φαινόμενο κατά το οποίο η συχνότητα $f$ του διεγέρτη είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα $f_0$ του συστήματος και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

## Σ Υ Ν Θ Ε Σ Η   Τ Α Λ Α Ν Τ Ω Σ Ε Ω Ν

**1. Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας που εξελίσσονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.**

$$x_1 = A_1\ \eta\mu\omega t \qquad \text{και} \qquad x_2 = A_2\ \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

- **Συνισταμένη αρμονική ταλάντωση:** $x = A\ \eta\mu(\omega t + \theta)$

**όπου** $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\ \sigma\upsilon\nu\varphi}$, $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{A_2\ \eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\ \sigma\upsilon\nu\varphi}$

**και** $(\omega t+\varphi)-\omega t=\varphi$ **η διαφορά φάσης** μεταξύ των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων.

**2. Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους με κοινή θέση ισορροπίας και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο.**

$$x_1 = A\ \eta\mu\omega_1 t \qquad \text{και} \qquad x_2 = A\ \eta\mu\omega_2 t \qquad \text{με} \quad \omega_1 \cong \omega_2$$

- **Συνισταμένη ταλάντωση (μη αρμονική):** $x = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\eta\mu\left(\dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$
- **Πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης:** $A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\right|$
- **Φάση της συνισταμένης ταλάντωσης:** $\varphi = \dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}t$
- **Γωνιακή συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης:** $\omega = \dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}$
- **Συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης:** $f = \dfrac{f_1+f_2}{2}$
- **Περίοδος της συνισταμένης ταλάντωσης:** $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{2}{f_1+f_2}$

**Διακρότημα** ονομάζουμε την ταλάντωση του πλάτους Α' της συνισταμένης ταλάντωσης και το χρόνο μεταξύ **δύο διαδοχικών μεγίστων του πλάτους** (ή μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του) τον ονομάζουμε **περίοδο του διακροτήματος** $T_\delta$.

- **Περίοδος διακροτήματος:** $T_\delta = \dfrac{1}{|f_1 - f_2|}$
- **Συχνότητα διακροτήματος:** $f_\delta = |f_1 - f_2|$

## Κ Υ Μ Α Τ Α

| **1. ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΤΡΕΧΟΝΤΑ ΚΥΜΑΤΑ** | |
|---|---|
| **Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής** | $u = \lambda f = \dfrac{\lambda}{T}$ |
| Εξισώσεις αρμονικού κύματος όταν η πηγή δεν έχει αρχική φάση: **(για t=0, ψ=0 και u>0)** | |
| **Διάδοση του κύματος στον θετικό ημιάξονα κατά την θετική φορά.** | $\psi = A\ \eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ |
| **Διάδοση του κύματος στον θετικό ημιάξονα κατά την αρνητική φορά.** | $\psi = A\ \eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} + \dfrac{x}{\lambda}\right)$ |
| **Ταχύτητα ενός σωματιδίου του μέσου.** | $u = \omega A\ \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ |
| **Επιτάχυνση ενός σωματιδίου του μέσου.** | $\alpha = -\omega^2 A\ \eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ |
| **Στιγμιότυπο αρμονικού κύματος.** | $\psi = A\ \eta\mu 2\pi\left(\sigma\tau\alpha\theta. - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ |
| **Φάση αρμονικού κύματος.** | $\varphi = 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ |
| **Διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο σημείων του μέσου την ίδια χρονική στιγμή.** | $\Delta\varphi = 2\pi\dfrac{\Delta x}{\lambda}$ |
| **2. ΣΥΜΒΟΛΗ ΔΥΟ ΟΜΟΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΕΝΟΣ ΥΓΡΟΥ** | |
| **Απομάκρυνση ενός σημείου του υγρού.** | $\psi = 2A\ \sigma\upsilon\nu\pi\dfrac{r_1 - r_2}{\lambda}\ \eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$ |
| **Πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου του υγρού.** | $A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\dfrac{r_1 - r_2}{\lambda}\right|$ |

| | |
|---|---|
| Φάση της ταλάντωσης ενός σημείου του υγρού. | $\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$ |
| Ταχύτητα ενός σημείου του υγρού. | $u=\omega A'\sigma\upsilon\nu\varphi$ |
| Επιτάχυνση ενός σημείου του υγρού. | $\alpha = -\omega^2 A'\eta\mu\varphi$ |
| Συνθήκη ενίσχυσης (A' = 2A). | $\lvert r_1 - r_2\rvert = N\lambda$ (N =0,1,2,3,..) |
| Συνθήκη απόσβεσης (A' = 0) | $\lvert r_1 - r_2\rvert =(2N+1)\frac{\lambda}{2}$ (N=0,1,2,3,…) |

**3. ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ**

| | |
|---|---|
| Εξίσωση στάσιμου κύματος. | $\psi = 2A\ \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\ x}{\lambda}\ \eta\mu\frac{2\pi\ t}{T}$ |
| Πλάτος ενός σημείου του στάσιμου κύματος. | $A' = 2A\left\lvert\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right\rvert$ |
| Φάση ενός σημείου του στάσιμου κύματος. | $\varphi = \frac{2\pi\ t}{T}$ |
| Ταχύτητα ενός σημείου του στάσιμου κύματος. | $u=\omega A'\sigma\upsilon\nu\varphi=2\pi f2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\ x}{\lambda}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\ t}{T}$ |
| Επιτάχυνση ενός σημείου του στάσιμου κύματος. | $\alpha=-\omega^2A'\eta\mu\varphi=-4\pi^2f^22A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\ x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi\ t}{T}$ |
| Θέσεις κοιλιών. | $x_K = \kappa\frac{\lambda}{2}$ (κ=0,1,2,3,…) |
| Θέσεις δεσμών. | $x_\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{4}$ (κ=0,1,2,3,…) |
| Απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών (ή διαδοχικών κοιλιών). | $\lambda_{\sigma\tau\alpha\sigma} = \frac{\lambda}{2}$ |

**4. ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ**

| | |
|---|---|
| Ηλεκτρικό πεδίο. | $E = E_{max}\ \eta\mu2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ |
| Μαγνητικό πεδίο. | $B = B_{max}\ \eta\mu2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ |
| Σχέσεις μεταξύ των μέτρων των εντάσεων των δύο πεδίων κάθε χρονική στιγμή. | $\frac{E}{B} = c$ και $\frac{E_{max}}{B_{max}} = c$ |

**5. ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ**

Όταν αλλάζει το μέσο διάδοσης του κύματος, **παραμένει σταθερή η συχνότητα του f, αλλάζει η ταχύτητα διάδοσης u** οπότε από τη σχέση c = λ f συμπεραίνουμε ότι **αλλάζει και το μήκος κύματος λ.**

| | |
|---|---|
| Νόμος της ανάκλασης | γωνία πρόσπτωσης = γωνία ανάκλασης, $\theta_\pi = \theta_\alpha$ |
| Νόμος της διάθλασης | Νόμος του Snell: $n_\pi\ \eta\mu\theta_\pi = n_\delta\ \eta\mu\theta_\delta$ |
| Δείκτης διάθλασης | $n = \frac{c}{u}$ και $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ |
| Κρίσιμη γωνία | Κρίσιμη γωνία είναι η γωνία πρόσπτωσης για την την οποία η γωνία διάθλασης είναι $90^0$. $n_\pi\eta\mu\theta_{cr}=n_\delta\eta\mu90^0\rightarrow\eta\mu\theta_{cr}=\frac{n_\delta}{n_\pi}$ |
| Ολική ανάκλαση | **Ολική ανάκλαση έχουμε όταν:**<br>**1.** Το φως περνάει από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο.<br>**2.** Η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία ($\theta_\pi > \theta_{cr}$) |

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

**Γραμμική ταχύτητα:** $u = \frac{ds}{dt}$ **(m/s)**

**Γωνιακή ταχύτητα:** $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ **(rad/s)**

**Σχέση γραμμικής – γωνιακής ταχύτητας:** $u = \frac{ds}{dt} = \frac{d\theta R}{dt} = \frac{d\theta}{dt} R \rightarrow \mathbf{u = \omega R}$.

**Γωνιακή επιτάχυνση:** $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$ **(rad/s²)**.

**Σχέση επιτρόχιας – γωνιακής επιτάχυνσης:** $\alpha_\varepsilon = \frac{du}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{R\,d\omega}{dt} = R\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow \mathbf{\alpha_\varepsilon = \alpha_{\gamma\omega\nu} R}$

Όταν ένας τροχός **κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει**, ισχύουν τα ακόλουθα:

- Η μετατόπιση του κέντρου μάζας του dx είναι ίση με το μήκος του τόξου περιστροφής ds = R dθ δηλαδή:
  $\mathbf{dx = ds = R\,d\theta}$
- Η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού, λόγω στροφικής κίνησης, έχει το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, δηλαδή:

$$dx = ds = R\,d\theta \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dt} = \frac{R\,d\theta}{dt} \rightarrow \mathbf{u = u_{cm} = \omega R}$$

**Η αντιστοίχιση των μεγεθών μεταφορικής - περιστροφικής κίνησης είναι:**

| **Μεταφορική κίνηση** | **Στροφική κίνηση** |
|---|---|
| Διάστημα x (σε m) | Γωνία θ (σε rad) |
| Ταχύτητα $\vec{u}_{cm}$ $\left(\vec{u}_{cm} = \frac{d\vec{x}}{dt}\right)$ | Γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ $\left(\omega = \frac{d\theta}{dt}\right)$ |
| Επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{cm}$ $\left(\vec{\alpha}_{cm} = \frac{d\vec{u}_{cm}}{dt}\right)$ | Γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ $\left(\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)$ |
| Μάζα m | Ροπή αδράνειας Ι $(I = \Sigma m_i r_i^2)$ |
| Δύναμη $\vec{F}$ | Ροπή $\vec{\tau}$ $(\tau = F\,d)$ |
| Ορμή $\vec{p}$ $\left(\vec{p} = m\,\vec{u}_{cm}\right)$ | Στροφορμή $\vec{L}$ $(L = I\,\omega)$ |

**Οι εξισώσεις που ισχύουν κατά την κύλιση στερεού σώματος είναι:**

| **Μεταφορική κίνηση** | **Στροφική κίνηση** |
|---|---|
| Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $\mathbf{\Delta x = u_{cm}\,t}$ | Ομαλή στροφική κίνηση: $\mathbf{\Delta\theta = \omega\,t}$ |
| Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση<br>$\mathbf{u_{cm} = u_0 \pm \alpha_{cm} t}$ $\quad \mathbf{\Delta x = u_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2}$ | Στροφική μεταβαλλόμενη κίνηση<br>$\mathbf{\omega = \omega_0 \pm \alpha_{\gamma\omega\nu} t}$ $\quad \mathbf{\Delta\theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu} t^2}$ |
| Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής: $\mathbf{\Sigma\vec{F} = m\,\vec{\alpha}_{cm}}$ | Θεμελιώδης νόμος της Στροφικής κίνησης: $\mathbf{\Sigma\tau = I\,\alpha_{\gamma\omega\nu}}$ |
| Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα: $\mathbf{\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$ | Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα στη Στροφική κίνηση: $\mathbf{\Sigma\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$ |
| Αρχή διατήρησης της ορμής: **Αν $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$ τότε $\vec{p}$ =σταθ.** | Αρχή διατήρησης της στροφορμής: **Αν $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = 0$ τότε L=σταθ.** |
| Κινητική ενέργεια: $\mathbf{K = \frac{1}{2} m u_{cm}^2}$ | Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής: $\mathbf{K = \frac{1}{2} I \omega^2}$ |

**Ισορροπία στερεού σώματος:**

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad (\Sigma\vec{F}_x = 0 \ \text{και} \ \Sigma\vec{F}_\psi = 0) \quad \text{και} \quad \Sigma\vec{\tau} = 0$$

**Θεώρημα παράλληλων αξόνων (Steiner):** $\mathbf{I = I_{cm} + M\,d^2}$ **όπου $I_{cm}$ η ροπή αδράνειας ενός σώματος μάζας M, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, I η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς άξονα που είναι παράλληλος με τον προηγούμενο και d η απόσταση μεταξύ των δύο αξόνων.**

**Έργο κατά την στροφική κίνηση**

| | |
|---|---|
| Έργο δύναμης με σταθερή ροπή | $\mathbf{W = \tau\,\theta}$ |

| | |
|---|---|
| Ισχύς ροπής | $P = \tau\, \omega$ |
| Θεώρημα έργου - ενέργειας | $\frac{1}{2} I_2\, \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1\, \omega_1^2 = \Sigma W$ |

## ΟΡΜΗ – ΚΡΟΥΣΗ

### Κεντρική ελαστική κρούση

Ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση:

$$V_1 = \frac{2\, m_2}{m_1 + m_2} u_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad \text{και} \quad V_2 = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2$$

- **Αν το σώμα μάζας $m_2$ είναι ακίνητο πριν τη κρούση ($u_2 = 0$)** οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad \text{και} \quad V_2 = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

- **Αν τα δύο σώματα που συγκρούονται έχουν ίσες μάζες ($m_1 = m_2$),** οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση θα είναι:

$$V_1 = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_1} u_2 + \frac{m_1 - m_1}{m_1 + m_1} u_1 \rightarrow V_1 = \frac{2\, m_1}{2\, m_1} u_2 \rightarrow V_1 = u_2$$

$$V_2 = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_1} u_1 + \frac{m_1 - m_1}{m_1 + m_1} u_2 \rightarrow V_2 = \frac{2\, m_1}{2\, m_1} u_1 \rightarrow V_2 = u_1$$

**δηλαδή τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες**

- **Αν το σώμα μάζας $m_2$ είναι ακίνητο πριν τη κρούση ($u_2 = 0$) και $m_2 >> m_1$** οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση θα είναι:

$$V_1 = \frac{-\, m_2}{m_2} u_1 \rightarrow V_1 = -\, u_1 \quad \text{και} \quad V_2 = \frac{2\, m_1}{m_2} u_1 \rightarrow V_2 = 0$$

**δηλαδή η σφαίρα μάζας $m_1$ ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν τη κρούση, ενώ η σφαίρα μάζας $m_2$ παραμένει ακίνητη.**

## ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

**Ακίνητη πηγή – ακίνητος παρατηρητής** $\quad f_A = f_S$

**Ακίνητη πηγή – κινούμενος παρατηρητής** $\quad f_A = \left( \frac{U \pm U_A}{U} \right) f_S$

Το (+), ισχύει όταν ο παρατηρητής πλησιάζει προς την πηγή και το (-), όταν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή.

**Κινούμενη πηγή – ακίνητος παρατηρητής** $\quad f_A = \left( \frac{U}{U \mp U_S} \right) f_S$

Το (-),ισχύει όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή και το (+), όταν απομακρύνεται από αυτόν.

**Κινούμενη πηγή – κινούμενος παρατηρητής** $\quad f_A = \left( \frac{U \pm U_A}{U \pm U_S} \right) f_S$