ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 24 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β   Α2. α   Α3. β   Α4. γ

Α5. α) Σ   β) Λ   γ) Σ   δ) Σ   ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η β.

Ο μηχανοδηγός του τρένου Α ακούει τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Α με συχνότητα $f_{A1} = f$ και τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Β με συχνότητα: $f_{A2} = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} f$.

Άρα η συχνότητα των διακροτημάτων που ακούει είναι:

$$f_{\delta(A)} = f_{A2} - f_{A1} \rightarrow f_{\delta(A)} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} f - f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1 - \upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} f \rightarrow f_{\delta(A)} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} f.$$

Ο μηχανοδηγός του τρένου Β ακούει τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Β με συχνότητα $f_{B2} = f$ και τον ήχο που εκπέμπει το τρένο Α με συχνότητα: $f_{B1} = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1} f$.

Άρα η συχνότητα των διακροτημάτων που ακούει είναι:

$$f_{\delta(B)} = f_{B1} - f_{B2} \rightarrow f_{\delta(B)} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1} f - f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2 - \upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1} f \rightarrow f_{\delta(B)} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1} f.$$

Όμως $\dfrac{f_{\delta(A)}}{f_{\delta(B)}} = \dfrac{\dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2}}{\dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}} = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} \xrightarrow{\upsilon_1 > \upsilon_2 \rightarrow \upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1 < \upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} \dfrac{f_{\delta(A)}}{f_{\delta(B)}} < 1 \rightarrow \mathbf{f_{\delta(A)} < f_{\delta(B)}}$.

Β2. Α. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Α και παίρνουμε:

Σχήμα (α): $p_{atm} + \rho g 2y + 0 = p_{atm} + \rho g y + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 \rightarrow \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = \rho g y \rightarrow \upsilon_1^2 = 2gy \rightarrow$

$\upsilon_1 = \sqrt{2gy}$.

Σχήμα (β): $p_{atm} + \rho g2y + 0 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \rightarrow \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 = \rho g2y \rightarrow \upsilon_2^2 = 4gy \rightarrow$

$\upsilon_2 = \sqrt{4gy} = 2\sqrt{gy}$ **άρα $\upsilon_2 > \upsilon_1$.**

Β. Σωστή απάντηση είναι η α.

Η παροχή στο σωλήνα είναι σταθερή, άρα $A_\Gamma u_\Gamma = A_A u_1$.

Όμως $A_\Gamma = A_A = A$ άρα $\upsilon_\Gamma = \upsilon_1$.

Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Γ και παίρνουμε:

Σχήμα (α): $p_{atm} + \rho g2y + 0 = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 \rightarrow p_\Gamma = p_{atm} + \rho g2y - \frac{1}{2}\rho\, 2gy \rightarrow$

$\mathbf{p_\Gamma = p_{atm} + \rho gy}$**.**

Γ. Σωστή απάντηση είναι η β.

Η παροχή στο σωλήνα είναι σταθερή, άρα $A_\Gamma u_\Gamma = A_A u_2$.

Όμως $A_\Gamma = A_A = A$ άρα $\upsilon_\Gamma = \upsilon_2$.

Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως το σημείο Γ και παίρνουμε:

Σχήμα (β): $p_{atm} + \rho gy + 0 = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \rightarrow p_\Gamma = p_{atm} + \rho gy - \frac{1}{2}\rho\, 4gy \rightarrow$

$\mathbf{p_\Gamma = p_{atm} - \rho gy}$**.**

Β3. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Με βάση την ΑΔΟ για την πρώτη (πλαστική) κρούση έχουμε ότι:

$m\upsilon = (3m + m)V \rightarrow V = \frac{\upsilon}{4}$ (1)

Επειδή το συσσωμάτωμα ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας του η ταχύτητα του θα είναι η μέγιστη ταχύτητα για την ταλάντωση αυτή οπότε:

$V = \omega_1 A_1 = \sqrt{\frac{k}{3m+m}}A_1 = \sqrt{\frac{k}{4m}}A_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}A_1 \xrightarrow{(1)} \frac{\upsilon}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}A_1 \rightarrow$

$\upsilon = 2\sqrt{\frac{k}{m}}A_1$. (2)

Η ταχύτητα του σώματος Σ μετά τη δεύτερη (μετωπική και ελαστική) κρούση είναι:

$V_1 = \frac{2m\upsilon}{3m+m} = \frac{\upsilon}{2}$ (3)

κι επειδή ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας του η ταχύτητα του θα είναι η μέγιστη ταχύτητα για την ταλάντωση αυτή οπότε:

$V_1 = \omega_2 A_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}A_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{k}{m}}A_2 \xrightarrow{(3)} \frac{\upsilon}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{k}{m}}A_2 \rightarrow \upsilon = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{k}{m}}A_2$ (4)

Από τις (2) και (4) έχουμε ότι: $2\sqrt{\frac{k}{m}}A_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{k}{m}}A_2 \rightarrow A_1 = \frac{A_2}{\sqrt{3}} \rightarrow \mathbf{A_2 = A_1\sqrt{3}}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Συγκρίνοντας τη δεδομένη εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 0{,}03$ συν$\frac{\pi x}{0{,}3}$ ημ$10\pi t$ (S.I.) με τη γενική εξίσωση των στάσιμων κυμάτων $y = 2A$ συν$\frac{2\pi x}{\lambda}$ ημ$\frac{2\pi t}{T}$ προκύπτουν τα εξής:

$2A = 0{,}03$ m $\rightarrow A = 0{,}015$ m, $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{0{,}3} \rightarrow \lambda = 0{,}6$ m και

$\frac{2\pi t}{T} = 10\pi t \rightarrow$ $T = 0{,}2$ s άρα $f = 5$ Hz.

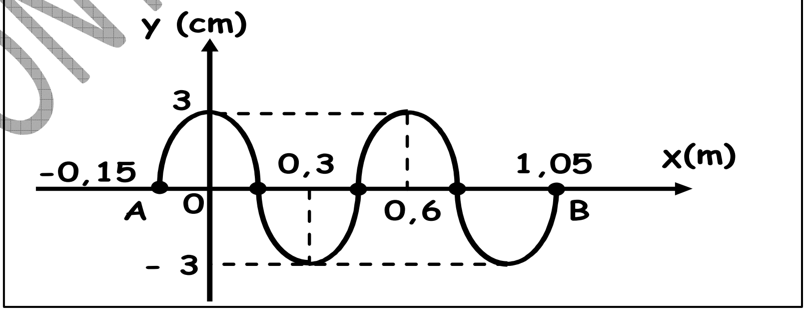
Γ2. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τα κύματα που συμβάλλουν, για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα είναι:

$y_1 = 0{,}015$ ημ$2\pi(5t - \frac{5}{3}\chi)$ και $y_2 = 0{,}015$ ημ$2\pi(5t + \frac{5}{3}\chi)$ (S.I.)

Γ3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}25$ s η εξίσωση του στάσιμου κύματος γράφεται:

$y = 0{,}03$ συν$(\frac{\pi x}{0{,}3})$ ημ$(2{,}5\pi) = 0{,}5$ συν$(\frac{\pi x}{0{,}3})$ ημ$(2\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow y = 0{,}03$ συν$(\frac{\pi x}{0{,}3})$ (SI).

Για $\chi = 0$ m, $y = +\,0{,}03$ m, κατά συνέπεια η κοιλία στη θέση $\chi = 0$ θα βρίσκεται στην ακραία θετική της θέση, αλλά και όλα τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται θα είναι ταυτόχρονα στις ακραίες τους θέσεις. Η πρώτη κοιλία απέχει από το άκρο της χορδής Α, που είναι δεσμός, απόσταση $\frac{\lambda}{4} = 0{,}15$ m, άρα το σημείο Α έχει θέση $\chi_A = -0{,}15$ m. Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



Οι δεσμοί που δημιουργούνται στη χορδή συνολικά είναι 5.

Γ4. Το σημείο Δ που απέχει από το άκρο Α της χορδής 0,2 m θα βρίσκεται στη θέση $x_\Delta = 0{,}2$ m $-$ $0{,}15$ m $= 0{,}05$ m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Δ θα δίνεται από τη σχέση:

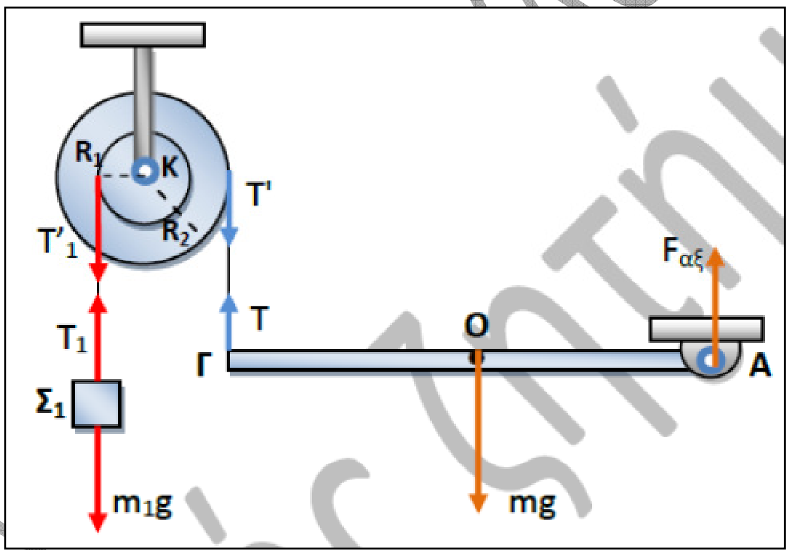
$A_\Delta = 0{,}03\left|συν\frac{π\;0{,}05}{0{,}3}\right| = 0{,}03\left|συν\frac{π}{6}\right| = 0{,}03\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \mathbf{A_\Delta = 0{,}015\sqrt{3}\ m.}$

Η ταχύτητα του σημείου Δ τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{25}{60}$ s θα είναι:

$υ_\Delta = ω\ A_\Delta\ συν\frac{2π\,t}{T} = 10π\ 0{,}03\ συν(\frac{π\,x_\Delta}{0{,}3})\ συν(10πt_2) = 0{,}3π\ συν(\frac{π}{6})\ συν(10π\frac{25}{60}) \rightarrow$

$υ_\Delta = 0{,}3π\ \frac{\sqrt{3}}{2}\ συν(4π + \frac{π}{6}) = 0{,}3π\ \frac{\sqrt{3}}{2}\ \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \mathbf{υ_\Delta = 0{,}225π\ m/s.}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Η ράβδος ισορροπεί, άρα:

$Στ_{(A)} = 0 \rightarrow m\ g\ \frac{\ell}{2} = T\ \ell \rightarrow$

$T = \frac{mg}{2} = 5$ N.

Το νήμα είναι αβαρές επομένως T = T’ = 5 N .

Η διπλή τροχαλία ισορροπεί, άρα:

$Στ_{(K)} = 0 \rightarrow T_1'\ R_1 – T\ R_2 = 0 \rightarrow T_1'\ R_1 = T\ 2R_1 = 0 \rightarrow$

$T_1' = 2T = 10$ N.

Το νήμα είναι αβαρές επομένως $T_1 = T_1' = 10$ N .

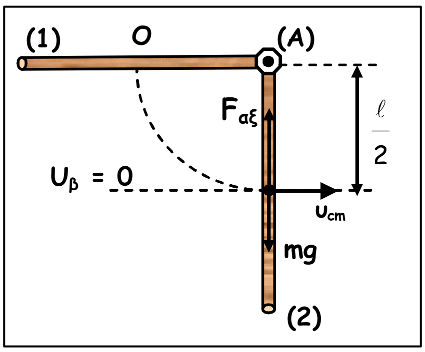
Το σώμα $Σ_1$ ισορροπεί, άρα: $ΣF = 0 \rightarrow T_1 = m_1\ g \rightarrow \mathbf{m_1 = 1\ Kg}$.

Η ράβδος ισορροπεί, άρα: $ΣF_y = 0 \rightarrow F_{αξ} = mg – T \rightarrow \mathbf{F_{αξ} = 5\ N}$.

Δ2. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της (A) είναι σύμφωνα με το θεώρημα του Steiner:

$$I_{(A)} = I_{cm} + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}m\ \ell^2 + m\ \frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3}m\ \ell^2\ .$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για τη ράβδο από την θέση (1) ως την θέση (2):

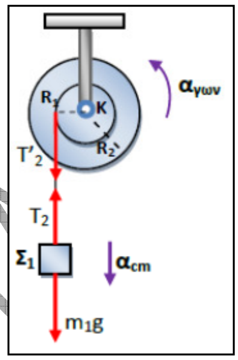


$E_{μηχ}^{αρχ} = E_{μηχ}^{τελ} \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow$

$$mg\,\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\,I_{(A)}\,\omega^2 \rightarrow \cancel{m}\,g\,\cancel{\ell} = \frac{1}{3}\,\cancel{m}\,\ell^{\cancel{2}}\,\omega^2 \rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \rightarrow \boldsymbol{\omega = 10\ \mathrm{rad/s}}.$$

Το σώμα (Σ_1) κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, άρα:



$$\Sigma\vec{F} = m_1\,\vec{a}_{cm} \rightarrow m_1\,g - T_2 = m_1\,\alpha_{cm} \rightarrow T_2 = m_1\,g - m_1\,\alpha_{cm} \quad (1)$$

Η διπλή τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_K\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T_2\,R_1 = I_K\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \qquad (2)$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές, μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου (1) ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\,R_1$ (3)

Από την (2) λόγω της (1) και (3) παίρνουμε:

$$(m_1\,g - m_1\,\alpha_{cm})\,R_1 = I_K\,a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow (10 - 0{,}2\,\alpha_{\gamma\omega\nu})\,0{,}2 = 0{,}18\,a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$
$$(10 - 0{,}2\,\alpha_{\gamma\omega\nu})\,20 = 18\,a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow 200 - 4\,\alpha_{\gamma\omega\nu} = 18\,a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow 200 = 22\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$
$$\boldsymbol{\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{100}{11}\ \mathrm{rad/s^2}\ \text{και}\ \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\,R_1 = \frac{20}{11}\ \mathrm{m/s^2}}.$$

Η χρονική στιγμή t_1 που η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας γίνεται τετραπλάσια της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου, όταν αυτή διέρχεται από την κατακόρυφη θέση της είναι ίση με:

$$\omega_\tau = 4\omega \rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu}\,t_1 = 40\ \mathrm{rad/s} \rightarrow \frac{100}{11}\,\mathrm{rad/s^2}\ t_1 = 40\ \mathrm{rad/s} \rightarrow \boldsymbol{t_1 = 4{,}4\ \mathrm{s}}.$$

Δ3. Επειδή κατά την περιστροφή της ράβδου η κίνηση του κέντρου μάζας της είναι κυκλική, εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας όταν η ράβδος διέρχεται από την κατακόρυφη θέση:

$$\Sigma F_R = m\frac{u_{cm}^2}{\frac{\ell}{2}} \rightarrow F_{\alpha\xi} - mg = m\frac{\left(\omega\,\frac{\ell}{2}\right)^2}{\frac{\ell}{2}} \rightarrow F_{\alpha\xi} = mg + m\,\omega^2\,\frac{\ell}{2} \rightarrow$$

$$F_{\alpha\xi} = mg + m\,\omega^2\,\frac{\ell}{2} = 10 + 15 \rightarrow \boldsymbol{F_{\alpha\xi} = 25\ \mathrm{N}}.$$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής συστήματος διπλή τροχαλία – σώμα Σ_1 είναι:

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{συστ.} = \Sigma\tau_{(K)} = m_1\, g\, R_1 - T_2\, R_1 + T_2'\, R_1 \xrightarrow{T_2 = T_2'} \left(\frac{dL}{dt}\right)_{συστ.} = \mathbf{m_1\, g\, R_1 = 2\ N\ m}$$

Δ5. Το έργο της τάσης που ασκείται από το νήμα στην τροχαλία από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας:

$$K_{(τελ)} - K_{(αρχ)} = W_{T_2'} \rightarrow \frac{1}{2}\, I_K\, (4\omega)^2 = W_{T_2'} \rightarrow W_{T_2'} = \frac{1}{2}\, 0{,}18\ 1600 \rightarrow \mathbf{W_{T_2'} = 144\ J.}$$