

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 17 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C: x^2 + y^2 = p^2$, στο σημείο του $A(x_1, x_2)$ έχει εξίσωση: $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = p^2$

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

i. Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει $||\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}|| \leq |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$.

ii. Αν \vec{i}, \vec{j} είναι τα μοναδικά διανύσματα τότε $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$.

iii. Η παραβολή $x^2 = 2p \cdot y$, $p \neq 0$ έχει διευθετούσα την ευθεία $x = \frac{-p}{2}$.

iv. Ο κύκλος με εξίσωση $(x-1)^2 + (y-\lambda)^2 = (\lambda-1)^2$, $\lambda \neq 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$ έχει ακτίνα $p = \lambda - 1$.

v. Όλες οι ευθείες με εξίσωση $y = \lambda x$, $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από το ίδιο σταθερό σημείο.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (-2, 5)$, $\vec{v} = (2, 0)$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{u} + \vec{v}$, $\overrightarrow{AB} = 6\vec{v}$ και το σημείο $A(-1, -2)$.

B1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{B\Gamma}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$ και \overrightarrow{AB} .

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ.

Μονάδες 10

B3. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με κορυφές $A(2\lambda-1, 3\lambda+2)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq -2$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} .

Μονάδες 9

Γ2. Αν $\lambda=1$ να βρείτε:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

Μονάδες 8

ii. Την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο την κορυφή $A(1, 5)$ και εφάπτεται στην ευθεία BΓ.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + y^2 + (\lambda - 2)x + (\lambda + 4)y + 4 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι όλοι οι κύκλοι διέρχονται από δυο σταθερά σημεία, των οποίων να βρεθούν οι συντεταγμένες.

Μονάδες 7

Δ3. Να δείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων κινούνται σε ευθεία της οποίας να βρεθεί η εξίσωση.

Μονάδες 6

Δ4. α) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής C που έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$ και εστία το κέντρο του κύκλου που ορίζεται από την σχέση (1) για $\lambda = -4$.

Μονάδες 2

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής C στο σημείο της $A(1, 2\sqrt{3})$.

Μονάδες 3

ΟΔΗΓΙΕΣ(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιό σας και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ