

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ «ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2003

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=1$.
Μονάδες 8
- B.** Πότε μια συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα;
Μονάδες 6
- Γ.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων.
Μονάδες 6
- Δ.** *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*
- α.** Το εύρος είναι μέτρο θέσης.
- β.** Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
- γ.** Ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.
- δ.** Δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα, όταν $A \cap B = \emptyset$.
- ε.** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο σύλλογο καθηγητών ενός λυκείου το 55% είναι γυναίκες, το 40% των καθηγητών είναι φιλόλογοι και το 30% είναι γυναίκες φιλόλογοι. Επιλέγουμε τυχαία έναν καθηγητή για να εκπροσωπήσει το σύλλογο σε κάποια επιτροπή.

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες ο καθηγητής να είναι:

- α.** γυναίκα ή φιλόλογος
Μονάδες 5
- β.** γυναίκα και όχι φιλόλογος
Μονάδες 5
- γ.** άνδρας και φιλόλογος
Μονάδες 7
- δ.** άνδρας ή φιλόλογος.
Μονάδες 8

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ «ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

A. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το σύνολο:

α. \mathbf{R} **β.** $(-1,1)$ **γ.** $\mathbf{R} - \{-1,1\}$ **δ.** $(1, + \infty)$

Μονάδες 5

B. Να αποδείξετε ότι $f'(x) < 0$ για κάθε x του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 7

Γ. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow -1} [(x+1) \cdot f(x)]$

Μονάδες 6

Δ. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $(0, f(0))$ με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η χρηματική παροχή από τους γονείς, σε Ευρώ, δείγματος έξι μαθητών της πρώτης τάξης (ομάδα Α) και έξι μαθητών της δεύτερης τάξης (ομάδα Β) ενός Γυμνασίου.

Ομάδα Α	Ομάδα Β
1	7
8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.

Μονάδες 6

β. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.

Μονάδες 5

γ. Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας Α γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας Β αυξηθούν κατά 5 Ευρώ η κάθε μία, πώς διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων;

Μονάδες 8

δ. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Θεωρία (σχολικό βιβλίο § 1.3 σελ. 28)

Β. Θεωρία (σχολικό βιβλίο § 1.1 σελ. 13)

Γ. Θεωρία (σχολικό βιβλίο § 2.3 σελ. 87)

Δ. $\alpha = \Lambda, \beta = \Lambda, \gamma = \Sigma, \delta = \Sigma, \varepsilon = \Lambda$

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω τα ενδεχόμενα:

Γ: «Ο καθηγητής που επιλέγεται είναι γυναίκα»

Φ: «Ο καθηγητής που επιλέγεται είναι φιλόλογος»

Οπότε $P(\Gamma) = \frac{55}{100}$, $P(\Phi) = \frac{40}{100}$ και $P((\Gamma \cap \Phi)) = \frac{30}{100}$.

α. $P(\Gamma \cup \Phi) = P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Gamma \cap \Phi) = \frac{65}{100}$

β. $P(\Gamma - \Phi) = P(\Gamma) - P(\Gamma \cap \Phi) = \frac{25}{100}$

γ. $P(\Phi - \Gamma) = P(\Phi) - P(\Phi \cap \Gamma) = \frac{10}{100}$

δ. $P(\Gamma' \cup \Phi) = P(\Gamma') + P(\Phi) - P(\Gamma' \cap \Phi) = 1 - P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Phi - \Gamma) = \frac{75}{100}$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Α. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Β. $f'(x) = \frac{-(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2} < 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Γ. $\lim_{x \rightarrow -1} \left[(x+1) \frac{x}{(x+1)(x-1)} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{2}$

Δ. $f'(0) = -1$. Αν ω η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της C_f στο $(0, f(0))$ με τον $x'x$, τότε: $\varepsilon\phi\omega = f'(0) = -1$.

Άρα, $\hat{\omega} = 135^\circ$.

ΘΕΜΑ 4⁰

$$\alpha. \bar{x}_A = \frac{30}{6} = 5, \quad \bar{x}_B = \frac{48}{6} = 8$$

Τα δείγματα Α και Β διατεταγμένα σε αύξουσα σειρά είναι:

Ομάδα Α: 1,3,4,5,8,9 και $\delta_A = \frac{5+4}{2} = 4,5$

Ομάδα Β: 4,5,6,7,12,14 και $\delta_B = \frac{7+6}{2} = 6,5$

$$\beta. S_A^2 = \frac{(1-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2}{6} = \frac{23}{3}$$

$$S_B^2 = \frac{(7-8)^2 + (14-8)^2 + (6-8)^2 + (4-8)^2 + (12-8)^2 + (5-8)^2}{6} = \frac{41}{3}$$

$$CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{\sqrt{\frac{23}{3}}}{5} = \sqrt{\frac{23}{75}} \approx 55\%$$

$$CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{\sqrt{\frac{41}{3}}}{8} = \sqrt{\frac{41}{192}} \approx 46\%$$

Επειδή $CV_B < CV_A$ η ομάδα Β παρουσιάζει καλύτερη ομοιογένεια.

γ. Αν κάθε παρατήρηση της ομάδας Α αυξηθεί κατά 20%, τότε:

$$Y_{Ai} = X_{Ai} + 0,20 \cdot X_{Ai} = 1,2 \cdot X_{Ai} \text{ και } \bar{Y}_A = 1,2 \cdot \bar{X}_A = 6.$$

Αν κάθε παρατήρηση της ομάδας Β αυξηθεί κατά 5 ευρώ, τότε $Y_{Bi} = X_{Bi} + 5$ και $\bar{Y}_B = \bar{X}_B + 5 = 13.$

δ. Στην Α ομάδα η νέα τυπική απόκλιση είναι $S_{Y_A} = 1,2 \cdot S_{X_A}$

Στην Β ομάδα η νέα τυπική απόκλιση είναι $S_{Y_B} = S_{X_B}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ «ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

Τελικά έχουμε: $CV'_A = \frac{1,2 \cdot S_{X_A}}{1,2 \cdot \bar{X}_A} = CV_A \approx 55\%$ (αμετάβλητο)

$$\text{και } CV'_B = \frac{S_{X_B}}{\bar{X}_B + 5} = \frac{\sqrt{\frac{41}{3}}}{13} \approx 28\%$$

Αφού $CV'_B < CV'_A$, καλύτερη ομοιογένεια παρουσιάζει η ομάδα Β.