

# Φυσική Κατεύθυνσης

**Ε**πλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ' τάξης Ενιαίου Λυκείου.

▶ Τεντωμένη χορδή από καουτσούκ έχει μήκος  $\ell$  και τα δύο άκρα της Α και Β στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία, ενώ η χορδή διατείνεται οριζόντια. Στο μέσο της χορδής Ο προκαλούμε απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,05\mu\text{m}20\pi t$  (S.I.). Τα παραγόμενα κύματα έχουν ταχύτητα διάδοσης στην χορδή  $u = 4\text{m/s}$ . Όταν αποκατασταθεί μόνιμο φαινόμενο στην χορδή, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν 4 σημεία που παραμένουν ακίνητα, εκτός των Α και Β.

**α)** Να βρείτε το μήκος  $\ell$  της χορδής.

**β)** Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος, αν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  για το σημείο του μέσου της χορδής, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα  $x'x$ , είναι  $y = 0$  και  $V > 0$ .

**γ)** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος την χρονική στιγμή  $t = 1/40$  s.

**δ)** Να βρείτε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Μ με  $x_1 = 0,15$  m σε συνάρτηση με τον χρόνο.

**ε)** Πόσοι δεσμοί θα δημιουργηθούν στην χορδή αν η συχνότητα της ταλάντωσης της πηγής γίνει 18 Hz;

**στ)** Αν η συχνότητα γίνει 25 Hz θα δημιουργηθούν στάσιμα κύματα στην χορδή. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**ζ)** Αντικαθιστούμε την χορδή με άλλη σταθλή, ίδιου μήκους  $\ell$ . Θέτουμε το μέσο της χορδής σε ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,05\mu\text{m}20\pi t$  (S.I.) και παρατηρούμε ότι δημιουργούνται στάσιμα κύματα στην χορδή όπου υπάρχουν συνολικά 8 δεσμοί. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην σταθλή χορδή.

**η)** Να βρείτε τον λόγο των μέγιστων ταχυτήτων ταλάντωσης του σημείου Ο στις δύο παραπάνω χορδές.

## ΑΠΑΝΤΗΣΗ

**α)** Η εξίσωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι:  $y = A\mu\text{m}\omega t$ . Συγκρίνοντας την γενική αυτή εξίσωση με την εξίσωση της ταλάντωσης της πηγής, που μας δίνεται, έχουμε:  $A = 0,05$  m,  $\omega = 20\pi$  rad/s. Από την σχέση:

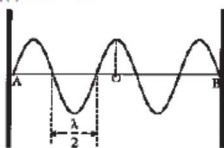
$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = 10\text{Hz}.$$

Αφού τα δύο άκρα της χορδής είναι ακλόνητα, στα σημεία αυτά δημιουργούνται δεσμοί. Αφού οι δεσμοί είναι συνολικά 6, το μήκος της χορδής θα είναι:

$$\ell = 5\lambda/2 \quad (1), \text{ όπως φαίνεται και στο σχήμα. Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, έχουμε:}$$

$$u = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{u}{f} \Rightarrow \lambda = 0,4\text{m}.$$

Οπότε η (1) δίνει:  $\ell = 1$  m.



**β)** Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\sigma\omega \frac{2\pi x}{\lambda} \mu\text{m} \frac{2\pi t}{T}.$$

Με αντικατάσταση, έχουμε:

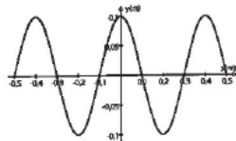
$$y = 0,1\sigma\omega \frac{2\pi x}{0,4} \mu\text{m} \frac{2\pi t}{10} \Rightarrow$$

$$y = 0,1\sigma\omega 5\pi x \mu 20\pi t \quad (2)$$

**γ)** Το στιγμιότυπο του κύματος προκύπτει, αν αντικαταστήσουμε στην εξίσωση (2) την τιμή για τον χρόνο  $t = 1/40$  s. Έτσι έχουμε:

$$y = 0,1\sigma\omega 5\pi x \mu 20\pi \cdot 1/40$$

$y = 0,1\sigma\omega 5\pi x (-0,5\text{m} \leq x \leq 0,5\text{m})$ . Η γραφική παράσταση της σχέσης αυτής αποτελείει το στιγμιότυπο του κύματος.



**δ)** Για το σημείο Μ με συντεταγμένη  $x_1 = 0,15$  m, θα είναι:

$$A' = 0,1\sigma\omega 5\pi x_1 \quad A' = 0,1\sigma\omega 5\pi \cdot 0,15$$

$$A' = 0,1\sigma\omega 3\pi/4 \Rightarrow A' = -0,1 \cdot \sqrt{2}/2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A' = -0,05\sqrt{2}\text{m}.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του σημείου Μ, είναι:

$$u = \omega A' \sigma \sin \omega t \Rightarrow u = -\pi\sqrt{2} \sigma \sin 20\pi t \quad (\text{S.I.})$$

**ε)** Αν η συχνότητα της ταλάντωσης της πηγής γίνει  $f_2 = 18$  Hz, θα έχουμε:

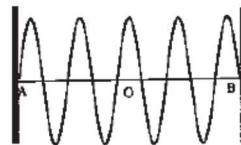
$$u = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{u}{f_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2}{9} \text{ m}.$$

(Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων δεν αλλάζει, γιατί εξαρτάται από το μέσο διάδοσης και όχι από την συχνότητα). Τα άκρα Α και Β της χορδής είναι δεσμοί, ενώ το μέσο Ο κοιλία.

Αρα στην χορδή θα έχουμε περιττό αριθμό ημικυμάτων. Δηλαδή:

$$\ell = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2k+1 = \frac{2\ell}{\lambda} \Rightarrow k = \frac{\ell}{\lambda} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow k = 4.$$

Αρα στη χορδή έχουμε  $2k+1=9$  ημικύματα, επομένως οι δεσμοί είναι συνολικά 10 (συμπεριλαμβανόμενα και τα σημεία Α, Β).



**στ)** Όπως είδαμε στο ερώτημα Ε, για να δημιουργηθούν στάσιμα κύματα στην χορδή, πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$\ell = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2\ell}{2k+1} \Rightarrow \frac{u}{f} = \frac{2\ell}{2k+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{(2k+1)u}{2\ell} \Rightarrow f = (2k+1) \cdot 2\text{Hz}.$$

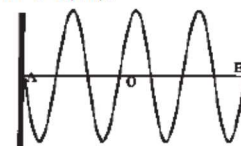
Η συχνότητα  $f = 25$  Hz δεν ικανοποιεί την παραπάνω σχέση, άρα δεν δημιουργούνται στάσιμα κύματα στην χορδή για αυτήν την συχνότητα.

**ζ)** Αφού δημιουργούνται 8 συνολικά δεσμοί στην χορδή, έχουμε:

$$\ell = \frac{7\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2\ell}{7} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{7} \text{ m}.$$

Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$u = \lambda \cdot f \quad u = 20/7 \text{ m/s}.$$



**η)** Το σημείο Ο είναι κοιλία και στις δύο περιπτώσεις, δηλαδή ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος  $2A = 0,1$  m. Η κυκλική συχνότητα και στις δύο περιπτώσεις είναι η ίδια  $\omega = 20\pi$  rad/s. Επομένως από την σχέση  $v_{\text{max}} = \omega A$ , οι δύο μέγιστες ταχύτητες είναι ίσες. Αρα ο λόγος των μέγιστων ταχυτήτων, για τις δύο χορδές, είναι 1.

**Επιμέλεια:**  
ΓΕΩΡΓΙΟΥΣΗΣ Γ. - ΗΜΕΛΛΟΣ Μ.  
ΚΑΛΑΝΤΖΗΣ Π. - ΚΟΚΟΛΙΝΑΣ ΜΙΧ.