ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Μ. ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

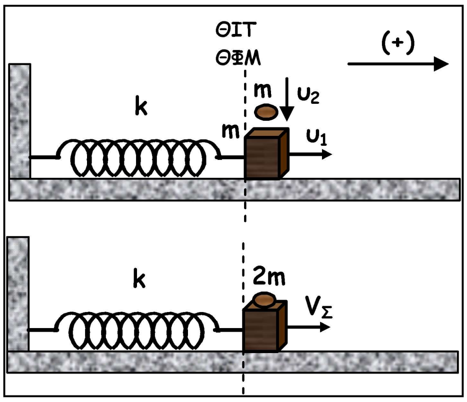
Θέμα Α

Α1. β **Α2. γ** **Α3. β** **Α4. α**

Α5. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

Θέμα Β

Β1. Α) Σωστή απάντηση είναι η β.



Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) στην διεύθυνση του ελατηρίου για την πλαστική κρούση:

$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \rightarrow m\,υ_1 = (m + m)\,V_Σ \xrightarrow{υ_1 = υ_{max} = ω_1 A}$

$m\,ω_1\,A = 2m\,V_Σ \rightarrow \mathbf{V_Σ} = \sqrt{\frac{k}{m}}\frac{A}{2}$.

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ γύρω **από την ίδια θέση ισορροπίας** με:

$D = k = (m + m)\,ω^2 \rightarrow ω = \sqrt{\frac{k}{2m}}$

Επειδή η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης δεν άλλαξε μετά την κρούση η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ που θα ακολουθήσει, δηλαδή:

$V_Σ = V_{max} = ω\,A' \rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}}\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{k}{2m}}A' \rightarrow \mathbf{A' = \frac{A\sqrt{2}}{2}}$.

Β) Σωστή απάντηση είναι η γ.

Το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας στην κρούση είναι:

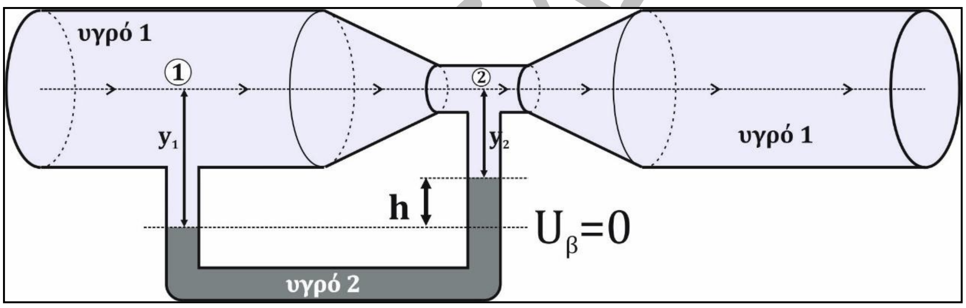
$$\frac{K_{αρχ}^{συστ} - K_{τελ}^{συστ}}{K_{αρχ}^{συστ}}\,100\% = \frac{\frac{1}{2}m υ_1^2 + \frac{1}{2}m υ_1^2 - \frac{1}{2}2m V_Σ^2}{\frac{1}{2}m υ_1^2 + \frac{1}{2}m υ_1^2} = \frac{m υ_1^2 - m\frac{υ_1^2}{4}}{m υ_1^2} = \frac{3}{4}100\% = \mathbf{75\%}$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η β

Είναι $A_1 = π\, r_1^2 = π\,\frac{δ_1^2}{4} = π\,\frac{2δ_2^2}{4} = 2A_2$.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας: $A_1\, υ_1 = A_2\, υ_2 \rightarrow 2A_2\, υ_1 = A_2\, υ_2 \rightarrow υ_2 = 2υ_1$ (1).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία (1) και (2) που ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή:



$$p_1 + \frac{1}{2}ρ_1 υ_1^2 + ρ_1\, g\, y_1 = p_2 + \frac{1}{2}ρ_1 υ_2^2 + ρ_1\, g\,(h + y_2) \xrightarrow{y_1 = y_2 + h}$$

$$p_1 + \frac{1}{2}ρ_1 υ_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}ρ_1 4υ_1^2 \rightarrow p_1 - p_2 = \frac{3}{2}ρ_1 υ_1^2 \quad (2).$$

Τα σημεία του υγρού (2) που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο έχουν την ίδια πίεση, άρα εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής παίρνουμε:

$p_1 + ρ_1\, g\, y_1 = p_2 + ρ_2\, g\, h + ρ_1\, g\, y_2 \rightarrow p_1 - p_2 = ρ_2\, g\, h + ρ_1\, g\, y_2 - ρ_1\, g\, y_1 \rightarrow$

$p_1 - p_2 = ρ_2\, g\, h + ρ_1\, g\,(y_2 - y_1) \rightarrow p_1 - p_2 = ρ_2\, g\, h + ρ_1\, g\, h \rightarrow p_1 - p_2 = (ρ_2 - ρ_1)\, g\, h \rightarrow$

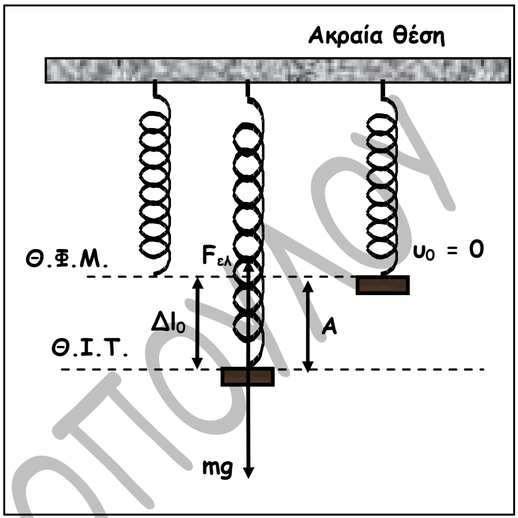
$p_1 - p_2 = 6\, ρ_1\, g\, h$ (3).

Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε: $\frac{3}{2}ρ_1 υ_1^2 = 6\, ρ_1\, g\, h \rightarrow υ_1^2 = 4gh \rightarrow υ_1 = 2\sqrt{gh}$.

Υπολογίζουμε τώρα την παροχή Π:

$\Pi = A_1 \upsilon_1 = \pi \frac{\delta_1^2}{4} 2\sqrt{gh} \rightarrow \mathbf{\Pi = \frac{\pi\delta_1^2}{2}\sqrt{gh}}$.

B3. *Σωστή απάντηση είναι η γ.*



Στις θέσεις ισορροπίας των ταλαντώσεων των σωμάτων Α και Β ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} = m_A g \rightarrow k_A \Delta\ell_{0(A)} = m_A g \rightarrow$

$\Delta\ell_{0(A)} = \frac{m_A g}{k_A}$.

$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} = m_B g \rightarrow k_B \Delta\ell_{0(B)} = m_B g \rightarrow$

$\Delta\ell_{0(B)} = \frac{m_B g}{k_B}$.

Επειδή τα σώματα Α και Β αφήνονται από την ΘΦΜ για να εκτελέσουν φθίνουσα ταλάντωση, η ΘΦΜ θα είναι ακραία θέση της ταλάντωσης τους, άρα τα αρχικά πλάτη των φθινουσών ταλαντώσεων τους θα είναι ίσα με:

$A_A = \Delta\ell_{0(A)} = \frac{m_A g}{k_A}$ και $A_B = \Delta\ell_{0(B)} = \frac{m_B g}{k_B}$.

Η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον λόγω των αποσβέσεων ισούται αριθμητικά με την αρχική ενέργεια ταλάντωσης. Επομένως για το σώμα Α θα είναι: $Q_A = \frac{1}{2} k_A A_A^2 = 2J$ και για το σώμα Β: $Q_B = \frac{1}{2} k_B A_B^2$. Όμως:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{\frac{1}{2}k_A A_A^2}{\frac{1}{2}k_B A_B^2} = \frac{\cancel{k_A}\frac{m_A^2 \cancel{g^2}}{k_A^{\cancel{2}}}}{\cancel{k_B}\frac{m_B^2 \cancel{g^2}}{k_B^{\cancel{2}}}} = \frac{m_A^2 k_B}{m_B^2 k_A} \xrightarrow[k_A = 2k_B]{m_A = m_B} \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{1}{2} \rightarrow \mathbf{Q_B = 2Q_A = 4J}.$$

Θέμα Γ

Γ1. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η θέση του 1ου δεσμού (σημείο Δ) του στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί είναι $x_Δ = +\,0{,}2m$. Επομένως το μήκος κύματος των αρχικών κυμάτων είναι: $\frac{\lambda}{4} = 0{,}2\ m \rightarrow \mathbf{\lambda = 0{,}8\ m}$.

Επίσης από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το συνολικό μήκος L της χορδής είναι:

$$L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{4} \rightarrow \mathbf{L = 1\ m}.$$

Γ2. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί στη χορδή είναι:

$$y = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}\,\text{ημ}\frac{2\pi t}{T}$$

Για $x = 0$ παίρνουμε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης για το σημείο Ο:

$$y_O = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi x_O}{\lambda}\,\text{ημ}\frac{2\pi t}{T} = 2A\,\text{συν}0\,\text{ημ}\frac{2\pi t}{T} \rightarrow y_O = 2A\,\text{ημ}\frac{2\pi t}{T}.$$

Όμως τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}1$ s η φάση του σημείου Ο είναι ίση, όπως μπορούμε να δούμε από το διάγραμμα, με $\varphi_O = \pi$ rad. Επομένως:

$$\varphi_O = \frac{2\pi t}{T} \rightarrow \pi = \frac{2\pi\, 0{,}1}{T} \rightarrow \pi T = 0{,}2\,\pi \rightarrow \pi T = 0{,}2\,\pi \rightarrow \mathbf{T = 0{,}2\ s.}$$

Η ταχύτητα διάδοσης των αρχικών κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα είναι: $\upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \boldsymbol{\upsilon_\delta = 4\ m/s}$

Γ3. Αφού το σημείο Ρ απέχει οριζόντια απόσταση 0,1 m από το άκρο Λ της χορδής, βρίσκεται στη θέση $x_P = 1\ m - 0{,}1\ m = 0{,}9\ m$. Για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Ρ θα ισχύει:

$$A_P = 2A\left|\text{συν}\frac{2\pi x_P}{\lambda}\right| = 2A\left|\text{συν}\frac{2\pi\, 0{,}9}{0{,}8}\right| = 2A\left|\text{συν}\frac{9\pi}{4}\right| \rightarrow A_P = 2A\frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}.$$

Όμως $A_P = 0{,}2$ m, οπότε το πλάτος των αρχικών κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα είναι: $0{,}2 = A\sqrt{2} \rightarrow A = 0{,}1\sqrt{2}$ m.

Επειδή τώρα το σημείο Ο είναι κοιλία, οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσής του θα απέχουν: $d = 2A_0 = 2(2A) \rightarrow \mathbf{d = 0{,}4\sqrt{2}\ m}$.

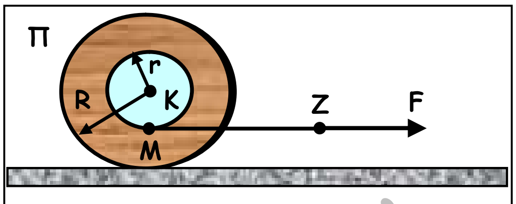
Γ4. Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με διπλάσιο αριθμό δεσμών, θα πρέπει να υπάρχουν συνολικά στο στάσιμο κύμα 6 δεσμοί. Για το νέο μήκος κύματος λ′ των αρχικών κυμάτων θα ισχύει:

$$L = \frac{\lambda'}{4} + 5\frac{\lambda'}{2} \rightarrow \lambda' = \frac{4L}{11} = \frac{4}{11}\ m.$$

Επειδή το μέσο διάδοσης είναι ίδιο, η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων δεν θα αλλάξει. Άρα:

$$\upsilon_\delta = \upsilon'_\delta \rightarrow 4\ m/s = \frac{4}{11} f' \rightarrow \mathbf{f' = 11\ Hz.}$$

Θέμα Δ



Σχήμα 1

Δ1) Το κέντρο μάζας του στερεού μετατοπίζεται προς τα δεξιά και σύμφωνα με την εκφώνηση κυλίεται, άρα το στερεό κυλίεται δεξιόστροφα. Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην επιφάνεια του κυλίνδρου όλα τα σημεία του θα έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα για το σημείο εφαρμογής Ζ της δύναμης και το σημείο Μ ισχύει:

$$υ_Z = υ_M = υ_{cm} - υ_{γ(M)} = ω R - ω \frac{R}{2} = ω \frac{R}{2} \rightarrow υ_Z = \frac{υ_{cm}}{2} \rightarrow \mathbf{υ_Z = 0{,}5\ m/s.}$$

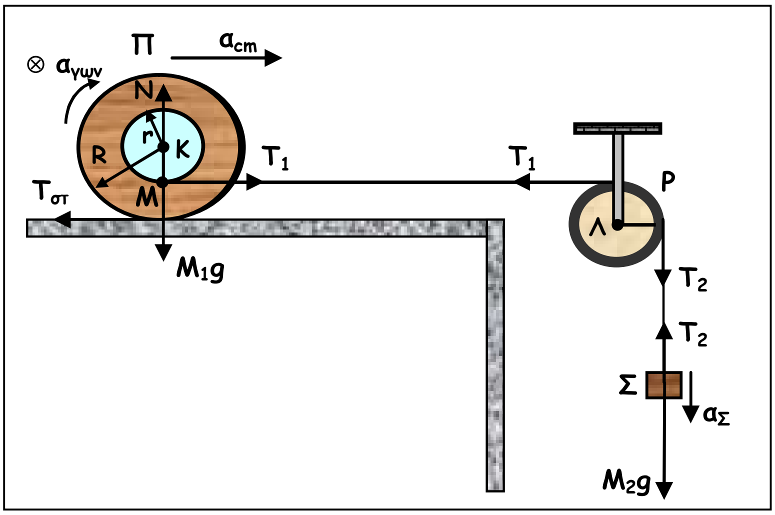
$$L_K = I_K ω = \frac{1}{4} M_1 R^2 \frac{υ_{cm}}{R} = \frac{1}{4} M_1 R υ_{cm} \rightarrow L_K = = 0{,}1\ Kg\ m^2/s.$$

Δ2) Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις επιφάνειες της τροχαλίας και του κυλίνδρου, όλα τα σημεία του έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα. Άρα το μέτρο της ταχύτητας $υ_Σ$ του σώματος Σ θα είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Μ του στερεού Π, δηλαδή:

$$υ_Σ = υ_M = υ_{cm} - υ_{γ(M)} = ω R - ω \frac{R}{2} = ω \frac{R}{2} \rightarrow υ_Σ = \frac{υ_{cm}}{2}$$

και η επιτάχυνση $α_Σ$ του σώματος Σ θα έχει μέτρο:

$$α_Σ = \frac{dυ_M}{dt} = \frac{d\left(\frac{υ_{cm}}{2}\right)}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dυ_{cm}}{dt} = \frac{α_{cm}}{2} \rightarrow \mathbf{α_Σ = \frac{α_{cm}}{2}} \rightarrow \mathbf{α_{cm} = 2α_Σ} \quad \mathbf{(1)}$$



Το στερεό Π εκτελεί μια ομαλά επιταχυνόμενη σύνθετη κίνηση που μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας περιστροφικής. Εφαρμόζουμε:

- το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική του κίνηση:

$$Σ\vec{F} = M_1 \vec{α}_{cm} \rightarrow$$

$$T_1 - T_{στ} = M_1 α_{cm} \quad (2)$$

- και τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη περιστροφική του κίνηση:

$$Στ_{(K)} = I_K α_{γων} \rightarrow$$

$T_{στ} R - T_1 \frac{R}{2} = \frac{1}{4} M_1 R^2 α_{γων} \rightarrow T_{στ} - \frac{T_1}{2} = \frac{1}{4} M_1 R\, α_{γων}$ (3)

Επειδή το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $α_{cm} = α_{γων} R$ (4)

Η σχέση (3) λόγω των σχέσεων (1) και (4) γίνεται:

$T_{στ} - \frac{T_1}{2} = \frac{1}{4} M_1 α_{cm} = \frac{1}{4} M_1 2α_Σ$ (5)

Προσθέτοντας τις (2) και (5) κατά μέλη παίρνουμε:

$\frac{T_1}{2} = \frac{5}{4} M_1 2α_Σ \rightarrow T_1 = 5 M_1 α_Σ$ (6)

Η τροχαλία είναι αμελητέας μάζας άρα $I_{τρ} = 0$. Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία παίρνουμε:

$Στ_{(O)} = 0 \rightarrow T_1 r_{τρ} - T_2 r_{τρ} = 0 \rightarrow T_1 = T_2$ (7)

Το σώμα Σ εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$Σ\vec{F} = M_2 \vec{α}_Σ \rightarrow M_2 g - T_2 = M_2 α_Σ$ (8)

Από τις σχέσεις (6) και (8) λόγω της (7) παίρνουμε:

$M_2 g - 5 M_1 α_Σ = M_2 α_Σ \rightarrow M_2 g = (5M_1 + M_2) α_Σ \rightarrow 20 = (10 + 2)α_Σ \rightarrow$

$\boldsymbol{α_Σ = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}\ m/s^2}$ **και** $\boldsymbol{α_{cm} = 2α_Σ = \frac{10}{3}\ m/s^2}$.

Δ3) Το Σ έχει πέσει κατά $Δy_Σ = 4$ m τη χρονική στιγμή:

$Δy_Σ = \frac{1}{2} α_Σ t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\, Δy_Σ}{α_Σ}}$.

Αυτή τη στιγμή η γωνιακή μετατόπιση του στερεού Π είναι:

$Δθ = \frac{1}{2} α_{γων} t^2 \rightarrow Δθ = \frac{1}{2} \frac{α_{cm}}{R} \frac{2Δy_Σ}{α_Σ} = \frac{2α_Σ}{R} \frac{Δy_Σ}{α_Σ} = \frac{2Δy_Σ}{R} = 20$ rad.

Άρα ο αριθμός των περιστροφών που έχει κάνει το στερεό Π στο χρονικό διάστημα που χρειάσθηκε το σώμα Σ για να κατέβει κατά $Δy_Σ = 2$ m είναι:

$N = \frac{Δθ}{2π} = \frac{20}{2π} = \frac{10}{π} \rightarrow$ $\boldsymbol{N = \frac{10}{π}}$ **περιστροφές**

Η μετατόπιση του στερεού Π στο χρονικό διάστημα που χρειάσθηκε το σώμα Σ να κατέβει κατά $Δy_Σ = 2$ m είναι:

$Δx_Π = \frac{1}{2} α_{cm} t^2 \rightarrow$ $\boldsymbol{Δx_Π = 4\ m}$.

Δ4) $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\Pi} = \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau.} + \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\pi\varepsilon\rho.} = \left(\frac{dW_{o\lambda}}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau} + \left(\frac{dW_{o\lambda}}{dt}\right)_{\pi\varepsilon\rho.} = \frac{\Sigma F_x\, dx}{dt} + \frac{\Sigma\tau_{(K)}\, d\theta}{dt}$

$\xrightarrow[\omega = \frac{d\theta}{dt}]{\upsilon_{cm} = \frac{dx}{dt}} \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\Pi} = M_1\, \alpha_{cm}\, \upsilon_{cm} + I_K\, \alpha_{\gamma\omega\nu}\, \omega = M_1\, \alpha_{cm}\, \alpha_{cm}\, t + \frac{1}{4} M_1\, R^2\, \alpha_{\gamma\omega\nu}\, \alpha_{\gamma\omega\nu}\, t$

$\xrightarrow{\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R} \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\Pi} = M_1\, \alpha_{cm}^2\, t + \frac{1}{4} M_1\, \alpha_{cm}^2\, t = \left(2\, \frac{100}{9} + \frac{1}{4}\, 2\, \frac{100}{9}\right) t$

$\rightarrow \boldsymbol{\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\Pi} = \frac{250}{9} t.}$