

Φυσική Κατεύθυνσης

Επιλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές Επαγγελματικής και Θετικής Κατεύθυνσης της Γ' τάξης Ενιαίου Λυκείου.

ΑΣΚΗΣΗ: Εγκάριο αρμόνικο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού, ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x. Η πηγή Π₁ του κύματος βρίσκεται στην αρχή του άξονα x και τη χρονική στιγμή t=0 είναι στη θέση ισορροπίας της, κνοϊμένην προς τη θετική φορά του έβροντα y. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης με την οποία τα ταλαντώνται κάθε σημείο του ελαστικού μέσου είναι $\omega_{max} = 3\pi^2 \text{ m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή t₁, το σημείωμα του κύματος περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0,03\pi t \sin(\frac{3}{2}\pi t - 2x) \quad (\text{S1})$$

A.α. Να υπολογίσετε τη συρότητα, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t₁ και να σχεδιάσετε το αντίστοιχο σημείωμα του κύματος.

β. Η πηγή Π₁ τοποθετείται στην επιφάνεια υγρού, σε απόσταση d=1m από την πηγή Π₂. Οι δύο πηγές είναι σύγχρονες κατη χρονική στιγμή t=0 αρχίζουν να παράγουν εγκάρια αρμόνικα κύματα. Να βρείτε:

α. Την εξίσωση της απομάκρυνσης των σημείων του υγρού, λόγω της συμβολής των κύματων που παράγονται από τις πηγές Π₁ και Π₂, σε συνάρτηση με το χρόνο και τις αποστάσεις τους από τις δύο πηγές.

β. Τις δέσμες των σημείων του υγρού στο ευθύγραμμο τμήμα Π₁Π₂ που παραμένουν διαρκείς ακίνητα.

γ. Την επάνταξη ενός σημείου N του υγρού, που βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα Π₁Π₂ και απέχει από την πηγή Π₁ απόσταση r₁=0,25m, τη χρονική στιγμή t=0,1s. Δίνεται ότι $n=10$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A.α. Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων του μέσου είναι: $A=0,03m$.

Η μέγιστη επανάχυνση των σημείων του μέσου δίνεται από τη σχέση $\omega_{max}=\omega A$. Άρα:

$$\omega^2 \cdot \frac{\omega_{max}}{A} = \frac{3\pi^2}{0,03} = 100\pi^2 \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

Η συρότητα του κύματος είναι:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} \text{ Hz} \rightarrow f = 5\text{Hz}.$$

Η εξίσωση του κύματος είναι $y = A\pi \sin(\frac{\lambda}{T}t - \frac{x}{\lambda})$.

Αντιστοιχίαντας στην εξίσωση του σημείωματου $y=0,03\pi t \sin(\frac{3}{2}\pi t - 2x)$, έχουμε ότι: $2\pi \frac{\lambda}{T} = 2\pi x \rightarrow \lambda = 1\text{m}$.

Για την ταχύτητα διάδοσης του κύματος, σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής ισχύος $\omega = \lambda f = u = 5\text{m/s}$. Β. Η περίοδος του κύματος είναι: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \text{ s} \rightarrow T = 0,2\text{s}$.

Αντιστοιχίαντας την εξίσωση του κύματος με την εξίσωση του σημείωματου έχουμε ότι:

$$2\pi \frac{1}{2} \rightarrow t_1 = \frac{3\pi}{4} \rightarrow t_1 = 0,15\text{s}.$$

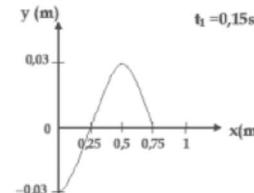
Τη χρονική στιγμή t₁ το κύμα έχει διαδιθεί μέχρι την απόσταση:

$$x = u \cdot t_1 \rightarrow x = 0,75\pi \text{ m} = \frac{3\lambda}{4}.$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του σημείωμα $y=0,03\pi t \sin(\frac{3}{2}\pi t - 2x)$, βρίσκουμε την απομάκρυνση των μορίων του μέσου που απέχουν από την πηγή απόστασης x που είναι ακέραια πολλαπλάσια του

x(m)	0	0,25	0,5	0,75
y(m)	-0,03	0	0,03	0

Το σημείωμα του κύματος τη χρονική στιγμή t₁ είναι:



B.α. Η απομάκρυνση των σημείων του υγρού δίνεται από τον τύπο: $y = 2A \sin(\frac{\pi}{T}t) \gamma \mu \sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)$ όπου t₁ και t₂ οι αποστάσεις των σημείων του υγρού από τις πηγές Π₁ και Π₂ αντίστοιχα. Άρα για A=0,03m, λ=1m και T=0,2s έχουμε ότι:

$$y = 0,06\pi \sin(t_1 - t_2) \cdot \gamma \mu \sin(\frac{2\pi}{\lambda}x) \quad (\text{S.1})$$

β. Για τα σημεία που παραμένουν διαρκείς ακίνητα ισχύει ότι:

$$t_1 - t_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow t_1 - t_2 = N + \frac{1}{2} \quad (1), \text{ όπου } N \text{ ακέραιος.}$$

Όμως για τα σημεία του υγρού που βρίσκονται στο ευθύγραμμο

τμήμα Π₁Π₂ ισχύει ότι:



$$r_1 + r_2 = d \rightarrow r_1 + r_2 = 1 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \rightarrow 2r_1 = N + \frac{1}{2} + 1 - r_1 = N + \frac{3}{2} \quad (3).$$

Επειδή τα σημεία είναι ανάμεσα στις δύο πηγές, για τις αποστάσεις τους r₁ από την πηγή Π₁ θα έχουμε:

$$0 < r_1 < d \rightarrow 0 < N + \frac{1}{2} + 1 - r_1 < \frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{4} < N < \frac{1}{2} - 1 \rightarrow \frac{3}{4} < N < \frac{1}{2}.$$

Άρα N=-1,0 και τα σημεία που παραμένουν ακίνητα είναι δύο.

Οι θέσεις των σημείων που παραμένουν ακίνητα είναι:

$$t_1 = -1 \rightarrow r_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \rightarrow r_1 = 0,25\text{m} \text{ και } r_2 = 0,75\text{m}.$$

Για $N=0 \rightarrow r_1 = \frac{3}{4} \text{ m} \rightarrow r_1 = 0,75\text{m}$ και $r_2 = 0,25\text{m}$.

γ. Το σημείο N άρχει από την πηγή Π₂ απόσταση:

$$r_2 = d - r_1 - r_2 = 0,75\text{m}.$$

Το κύμα από την πηγή Π₁ φτάνει στο σημείο N τη χρονική στιγμή:

$$t_{11} = \frac{r_1 - 0,75}{\gamma \mu} \rightarrow t_{11} = 0,05\text{s}.$$

Το κύμα από την πηγή Π₂ φτάνει στο σημείο N τη χρονική στιγμή:

$$t_{22} = \frac{r_2 - 0,25}{\gamma \mu} \rightarrow t_{22} = 0,15\text{s}.$$

Τη χρονική στιγμή t=0,15s έχει φτάσει στο σημείο N μόνο το κύμα από την πηγή Π₁. Άρα το σημείο N εκτελεί ταλάντωση που οφείλεται μόνι στη διατοροφή από την πηγή Π₁ και η επιτάξυνση του δίνεται από την εξίσωση:

$$a = \omega^2 A \eta \mu 2 \pi \left(\frac{1 - r_1}{\lambda} \right) = 100\pi^2 \cdot 0,03\eta \mu 2 \pi \left(\frac{0,1 - 0,25}{1} \right) =$$

$$= -30\eta \mu 2 \pi (0,5 - 0,25) \rightarrow a = -30\eta \mu 2 \pi \cdot 0,25 = -30\eta \mu \frac{\pi}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow a = -30\eta \text{m/s}^2$$

Τα θέματα επικελήθηκαν τα φροντιστήρια

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ»

Α. ΦΛΩΡΟΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΠΑΤΕΙΑ ΚΑΝΙΓΓΟΣ - Λ.ΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ - ΑΝΩ ΓΛΥΦΑΔΑ