

Φυσική Κατεύθυνσης

Eπίλεγμα για τους υποψήφιους μαθητές της Γ' Λυκείου.

ΑΣΚΗΣΗ:

A. Υλικό σημείο μάζας $m=1 \text{ kg}$, εκτελεί A.A.T. συγχόνητας $f=10/\pi \text{ Hz}$ και θέτους $\phi_0=10^\circ$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο υλικό σημείο της διέρχεται από μια θέση με στιγματικό ρυθμό μεταβολής ορμής $\dot{\theta}=20 \text{ rad/s}^2$, κινούμενο κατά την αρνιτική φορά. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο.

B. Κάποια στιγμή t_1 , που το υλικό σημείο διέρχεται από μια θέση, όπου η κινητική του ενέργεια ισούται με τη δυναμική κινούμενο από τη θέση μέγιστης αρνιτικής απομάκρυνσης στη θέση ισορροπίας του, ενεργεί τε αυτό μια δύναμη της μορφής $F_{\text{ext}} = -u \text{ (SI)}$ όπου η ταχύτητα του σημείου κάθε χρονική στιγμή t . Να βρεθούν:

a. Η απομάκρυνση και η ταχύτητα του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t_1 .

b. Η ταχύτητα του υλικού σημείου όταν αυτό βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση $x_2 = -3 \text{ cm}$, αν η αλγεβρική τιμή της επιπλόνησης του στη θέση αυτή είναι $a_2 = 4 \text{ m/s}^2$.

c. Η ενέργεια που χάθηκε λόγω του έργου της F_{ext} από τη στιγμή t_1 , ως τη στιγμή που το υλικό σημείο φτάνει για πρώτη φορά στη θέση x_2 .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A. Οι εξισώσεις της απομάκρυνσης κατηγορίας της AAT του υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο δοντανούν από τις σχέσεις:

$$x = A \eta(\omega t + \phi_0) \quad \text{και} \quad u = u_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$$

Η κυκλική συγχόνηση και η σταθερά επαναφοράς της AAT του υλικού σημείου είναι (έσεις με):

$$\omega = 2\pi f = 20 \text{ rad/s} \quad \text{και} \quad D = m \cdot \omega^2 = 400 \text{ N/m}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου είναι (έσεις με):

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -D X = -20 = -400 \omega \cdot \dot{x} = -\frac{1}{20} m = -0,05 \text{ m.} \quad \dot{u} = \frac{400 \cdot 0,1^2}{2} \rightarrow u_1 = \pm \sqrt{2} \text{ m/s και}$$

Αρα το υλικό σημείο τη χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x=-0,05 \text{ m}$ και η ταχύτητά του είναι αρνητική ($u < 0$) οπότε έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης

$$t=0 \text{ και } x=-0,05m = -5 \text{ cm.}$$

Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$-5cm = 10cm \eta(0 + \phi_0) \rightarrow \eta \phi_0 = -\frac{1}{2} = \eta \pi f + \frac{\pi}{6}$$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$$\phi_0 = 2\pi k + \frac{7\pi}{6} \quad (1) \quad \text{ή} \quad \phi_0 = 2\pi k + \pi - \frac{7\pi}{6} = 2\pi k - \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$0 \leq \phi_0 < 2\pi$$

$$\text{Για } K=0: (1) \rightarrow \phi_0 = \frac{7\pi}{6} \text{ rad.}$$

$$K = U \rightarrow \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} D x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 = 400 x^2 \rightarrow x_1 = \pm \frac{\sqrt{2}}{20} \text{ m.}$$

Επειδή το υλικό σημείο τη χρονική στιγμή t_1 , κνιστά, από τη θέση μεγάλητη αρνητική απομάκρυνση στη θέση λειτουργίας του απομάκρυνση (βρίσκεται στον αρνιτικό γιγαντό) και η ταχύτητα του θετική (κνινετά προς την θετική φορά), άρα:

$$x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{20} \text{ m και } u_1 = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το υλικό σημείο όταν η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του είναι $a_2 = 4 \text{ m/s}^2$ παινουμένων:

$$\vec{F} = m \vec{a}_2 \rightarrow F_{\text{ext}} + F_{\text{οπτ}} = m a_2 \rightarrow -D x_2 - b u_2 = m a_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -400 \cdot (-3 \cdot 10^{-2}) - 8 u_2 = 4 \rightarrow 12 - 4 = 8 u_2 \rightarrow u_2 = 1 \text{ m/s.}$$

γ. Η ενέργεια του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t_1 , είναι:

$$E_1 = E_A = \frac{1}{2} D A_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 10^{-2} = 2 \text{ J.}$$

Η ενέργεια του υλικού στη θέση x_2 είναι:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m u_2^2 + \frac{1}{2} D x_2^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 9 \cdot 10^{-4} =$$

$$= 0,5 + 0,18 = 0,68 \text{ J.}$$

Άρα η ενέργεια που χάθηκε λόγω του έργου της F_{ext} από τη στιγμή t_1 , ως τη στιγμή που το υλικό σημείο φτάνει για πρώτη φορά στη θέση x_2 είναι:

$$Q = E_2 - E_1 = 2J - 0,68 J \rightarrow Q = 1,32 J.$$

Τα θέματα επωλήθηκαν τα φροντιστήρια

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ»

Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΠΛΑΤΕΙΑ ΚΑΝΙΓΓΟΣ - ΛΒΟΥΛΙΑΓΜΕΝΗΣ - ΑΝΩ ΓΥΦΑΔΑ