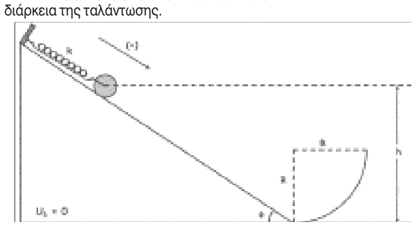
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2010
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική Κατεύθυνσης

Επιλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές της Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ΄ τάξης Ενιαίου Λυκείου.

ΑΣΚΗΣΗ:

Ομογενής δίσκος μάζας m και ακτίνας r είναι προσαρμοσμένος σε ελατήριο σταθεράς k=600N/m και το κέντρο μάζας του εκτελεί απλές αρμονικές ταλαντώσεις, κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει, σε κεκλιμένο δάπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$. Ο δίσκος έχει στον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, ανιχνευτή ηχητικών κυμάτων, ο οποίος δέχεται τα ηχητικά κύματα που παράγει πηγή που βρίσκεται σε ακλόνητο σημείο στην ευθεία ταλάντωσης του κέντρου μάζας του δίσκου. Ο ανιχνευτής καταγράφει την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή κάθε π/10 s, ενώ ο λόγος του εύρους των συχνοτήτων που λαμβάνει ο δέκτης προς την εκπεμπόμενη συχνότητα από την πηγή είναι ίση με 1/34. Η γωνία που διαγράφει μία ακτίνα του δίσκου μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητάς του κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης είναι 5rad. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του κέντρου μάζας του δίσκου στο σημείο που αποσπάται ο δίσκος από το ελατήριο ως προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου είναι 16 φορές η μέγιστη κινητική ενέργεια του δίσκου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.



α) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για την Α.Α.Τ. του κέντρου μάζας του δίσκου αν γνωρίζετε ότι τη στιγμή που ξεκίνησε η ταλάντωση το ελατήριο είχε τη μέγιστη επιμήκυνσή του. Σαν θετική φορά θεωρείστε τη φορά κίνησης προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου.

β) Αν τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη ο δίσκος αποσπάται από το ελατήριο και αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

γ) Φτάνοντας στη βάση του κεκλιμένου δαπέδου ο δίσκος εισέρχεται σε τεταρτοκύκλιο ακτίνας R=6 m στο οποίο συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε όταν ο δίσκος βρίσκεται σε ύψος R/2 από το κατώτερο σημείο της κίνησής του το μέτρο της δύναμης που διέχεται ο δίσκος από το δάπεδο και η οποία έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=1/2\ m\ r^2$. Η ακτίνα του δίσκου θεωρείται αμελητέα σε σχέση με την ακτίνα του τεταρτοκυκλίου.

Η ταχύτητα του ήχου είναι $u_{ηχ}=340$ m/s. Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

Η σταθερά επαναφοράς της Α.Α.Τ. του κέντρου μάζας είναι 2k/3 όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

α) Ο ανιχνευτής καταγράφει την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή όταν η ταχύτητα του είναι μηδέν. Αυτό συμβαίνει στις ακραίες θέσεις της Α.Α.Τ. του κάθε T/2 οπότε

$$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{10}\rightarrow T=\frac{\pi}{5}\ s$$

Επίσης ισχύει $D=\frac{2k}{3}=\frac{2\cdot 600}{3}\rightarrow D=400N/m$

'Αρα η μάζα του δίσκου είναι:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\rightarrow\frac{\pi}{5}=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\rightarrow\frac{1}{100}=\frac{m}{400}\rightarrow m=4Kg.$$

Το εύρος των συχνοτήτων που καταγράφει ο ανιχνευτής είναι ίσο με τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης συχνότητας και είναι ίσο με:

$$f_{max}-f_{min}=\frac{u_{ηχ}+u_0}{u_{ηχ}}f-\frac{u_{ηχ}-u_0}{u_{ηχ}}f=\frac{2u_0}{u_{ηχ}}f$$

Συνεπώς ο λόγος του εύρους των συχνοτήτων που καταγράφει ο ανιχνευτής προς τη συχνότητα που εκπέμπει η πηγή είναι:

$$\frac{f_{max}-f_{min}}{f}=\frac{1}{34}\rightarrow\frac{\frac{2u_0}{u_{ηχ}}f}{f}=\frac{1}{34}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{2u_0}{u_{ηχ}}=\frac{1}{34}\rightarrow u_0=5m/s$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το κέντρο μάζας του δίσκου είναι:

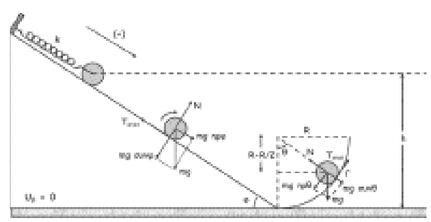
$$u_0=\omega\ A\rightarrow u_0=\frac{2\pi}{T}A\rightarrow A=\frac{u_0T}{2\pi}=\frac{5\frac{\pi}{5}}{2\pi}\rightarrow A=0{,}5m.$$

Επειδή τη χρονική στιγμή που ξεκινά η ταλάντωση το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνσή του το σύστημα βρίσκεται σε ακραία θέση και μάλιστα στη μέγιστη θετική απομάκρυνση.

Άρα η αρχική φάση είναι $\varphi_0=\pi/2$ rad.

Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης της Α.Α.Τ. που εκτελεί το κέντρο μάζας του δίσκου δίνεται από τη σχέση:

$$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0)\rightarrow x=0{,}5\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})\ \ (S.I.).$$



β) Η απόσταση που διανύει ο δίσκος μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης, όπου η ταχύτητά του μηδενίζεται, είναι ίσο με το διπλάσιο του πλάτους της ταλάντωσης και επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει η ακτίνα του δίσκου θα βρεθεί από τη σχέση:

$$S=2A\rightarrow r\theta=2A\rightarrow r=\frac{2A}{\theta}=\frac{2\ 0{,}5}{5}\rightarrow r=0{,}2\ m.$$

Επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύουν οι σχέσεις: $u=\omega R(1)$, $\alpha=\alpha_\gamma r(2)$ $s=r\theta\ (3)$.

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F=m\cdot\alpha\rightarrow mg\ \eta\mu\varphi-T_{στατ}=m\alpha\ (4).$$

Από το νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma\tau=I\ \alpha_\gamma\rightarrow T_{στατ}\ r=\frac{1}{2}m\ r^2\alpha_\gamma\rightarrow$$

$$\rightarrow T_{στστ}=\frac{1}{2}\ m\ r\ \alpha_\gamma=\frac{1}{2}\ m\ \alpha\ (5)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη (4) και (5) έχουμε:

$$mg\eta\mu\varphi-T_{στατ}+T_{στατ}=m\ \alpha+\frac{1}{2}m\ \alpha\rightarrow mg\eta\mu\varphi=\frac{3}{2}m\ \alpha\rightarrow$$

$$\alpha=\frac{2g}{3}\eta\mu\varphi\rightarrow\alpha=\frac{10}{3}\ m/s^2$$

γ) Αφού η βαρυτική δυναμική ενέργεια του κέντρου μάζας του δίσκου στο σημείο που αποσπάται ο δίσκος από το ελατήριο ως προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου είναι 16 φορές η μέγιστη κινητική ενέργεια του δίσκου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης θα έχουμε:

$$U_{αρχ}=16K_{ολ}\rightarrow mg\ h=16(\frac{1}{2}m\ u_0^2+\frac{1}{2}I\omega_0^2)\rightarrow$$

$$mg\ h=16(\frac{1}{2}m\ u_0^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}m\ r^2\omega_0^2)\xrightarrow{u_0=\omega r_0}$$

$$mg\ h=16\frac{3}{4}m\ u_0^2\rightarrow h=12\frac{u_0^2}{g}\rightarrow h=30\ m.$$

Θα βρούμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου στο ζητούμενο σημείο (Γ) εφαρμόζοντας Α.Δ.Μ.Ε.

$$E_{μηχ}^{αρχ}=E_{μηχ}^{τελ}\rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\rightarrow$$

$$\rightarrow mg\ h=\frac{1}{2}m u_r^2+\frac{1}{2}I\omega^2+m\ g\frac{R}{2}\rightarrow$$

$$mg\ h=\frac{1}{2}m\ u_r^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mr^2\omega^2+mg\frac{R}{2}\rightarrow$$

$$\rightarrow gh-g\frac{R}{2}=\frac{1}{2}u_r^2+\frac{1}{4}u_r^2\rightarrow 300-30=\frac{3}{4}u_r^2\rightarrow u_r=\sqrt{360}m/s.$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας του στερεού σώματος όταν αυτό εισέρχεται στο τεταρτοκύκλιο και παίρνουμε:

$$\Sigma F_R=m\frac{u_r^2}{R}\rightarrow N-mg\ \sigma\upsilon\nu\theta=m\frac{u_r^2}{R}\rightarrow N=m\frac{u_r^2}{R}+mg\ \sigma\upsilon\nu\theta\rightarrow$$

$$\rightarrow N=m\frac{u_r^2}{R}-mg\ \frac{R-\frac{R}{2}}{R}\rightarrow N=240+20=260N$$

Τα θέματα επιμελήθηκαν τα φροντιστήρια

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ»
Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2010
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική Κατεύθυνσης

Επιλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές της Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ΄ τάξης Ενιαίου Λυκείου.

ΑΣΚΗΣΗ:

Τη χρονική στιγμή $t=0$, πηγή που βρίσκεται στην αρχή Ο ενός τρισορθογώνιου συστήματος αξόνων Οχψz, αρχίζει να εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Οχ. Η μέγιστη τιμή της έντασης του ηλετρικού πεδίου είναι $E_{max}=15V/m$, ενώ τη χρονική στιγμή $t=0$, οι εντάσεις των δύο πεδίων στη σημείο $x=0$ έχουν τιμή μηδέν και αμέσως μετά αποκτούν θετική τιμή. Η απόσταση ενός μεγίστου και του αμέσως επόμενου ελαχίστου της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κύματος είναι $d=1{,}5m$. Ο χρόνος που απαιτείται για να διέλθουν 11 μέγιστα του ηλεκτρικού πεδίου από ένα σημείο του μέσου διάδοσης Α είναι $\Delta t=2\cdot 10^{-7}s$.

Α.α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος και το δείκτη διάθλασης του μέσου Α στο οποίο διαδίδεται το ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

β. Να γράψετε τις εξισώσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του κύματος.

Β. Για τη λήψη αυτού του ηλεκτρομαγνητικού κύματος χρησιμοποιείται δέκτης με ιδανικό κύκλωμα LC, στο οποίο το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=10^{-3}$ H.

α. Να υπολογίσετε την τιμή της χωρητικότητας του πυκνωτή έτσι ώστε να συντονίζεται ο δέκτης.

β. Για το συντονισμένο δέκτη, να υπολογίσετε την περίοδο της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.

Γ. Μια ακτίνα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος προσπίπτει υπό γωνία 45^o στη διαχωριστική επιφάνεια του αρχικού μέσου Α με ένα άλλο υλικό μέσο Β. Ο λόγος του μήκους κύματος της ακτίνας στο μέσο Α προς το μήκος κύματος στο μέσο Β είναι:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\sqrt{2}.$$

α. Να υπολογίσετε τη γωνία διάθλασης και την οριακή γωνία ανάκλασης κατά τη μετάβαση της ακτίνας από το μέσο Α στο μέσο Β.

β. Αν το μέσο Β έχει πάχος $h=3\sqrt{6}m$ να βρείτε σε πόσα μήκη κύματος αντιστοιχεί η διαδρομή της ακτίνας μέσα στο μέσο Β.

Δίνεται: $c_o=3\cdot 10^8 m/s$ και $\pi^2=10$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α.α. Η απόσταση ενός μεγίστου και του αμέσως επόμενου ελαχίστου της έντασης του μαγνητικου πεδίου του κύματος είναι $d=\lambda/2$.

Άρα: $$\frac{\lambda}{2}=1{,}5m \rightarrow \lambda=3m.$$

Σε χρόνο Δt διέρχονται από ένα σημείο του μέσου 11 μέγιστα του ηλεκτρικού πεδίου, δηλαδή συνολικά 10 κύματα. Η συχότητα του κύματος είναι:

$$f=\frac{N}{\Delta t}=\frac{10}{2\cdot 10^{-7}}Hz \rightarrow f=5\cdot 10^7 Hz.$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής, η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

$c=\lambda\cdot f=3\cdot 5\cdot 10^7$ m/s $\rightarrow$ $c=1{,}5\cdot 10^8$ m/s.

Ο δείκτης διάθλασης του μέσου Α δίνεται από τον τύπο:

$$n=\frac{c_o}{c}=\frac{3\cdot 10^8}{1{,}5\cdot 10^8}\rightarrow n=2.$$

β. Οι μέγιστες τιμές της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου συνδέονται με τη σχέση:

$$\frac{E_{max}}{B_{max}}=c \rightarrow B_{max}=\frac{E_{max}}{c}=\frac{15}{1{,}5\cdot 10^8}T \rightarrow B_{max}=10^{-7}T.$$

Η περίοδος του κύματος είναι:

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{5\cdot 10^7}s \rightarrow T=2\cdot 10^{-8}s.$$

Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι:

$$E=E_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\rightarrow E=15\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2\cdot 10^{-8}}-\frac{x}{3}\right)\ (SI).$$

Η εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου θα είναι:

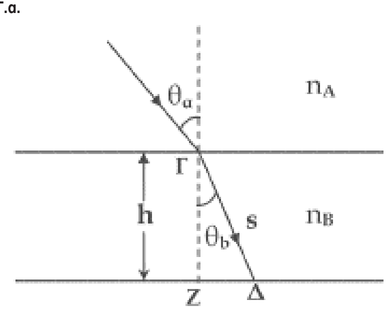
$$B=B_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\rightarrow B=10^{-7}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2\cdot 10^{-8}}-\frac{x}{3}\right)\ (SI).$$

Β.α. Ο δέκτης συντονίζεται, όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος LC γίνει ίση με τη συχνότητα του κύματος, δηλαδή $f=f_o=5\cdot 10^7$ Hz.

Άρα:

$$T_{U_E}=\frac{T}{2}=\frac{2\cdot 10^{-8}}{2}s \rightarrow T_{U_E}=10^{-8}s.$$

Γ.α.



Για το αρχικό μέσο διάδοσης Α ισχύει ότι:

$$n_A=\frac{\lambda_o}{\lambda_A}\ (1).$$

Για το μέσο διάδοσης Β ισχύει ότι:

$$n_B=\frac{\lambda_o}{\lambda_B}\ (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) θα έχουμε:

$$\frac{(1)}{(2)}\rightarrow \frac{n_A}{n_B}=\frac{\frac{\lambda_o}{\lambda_A}}{\frac{\lambda_o}{\lambda_B}}\rightarrow \frac{n_A}{n_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\rightarrow \frac{n_A}{n_B}=\frac{1}{\sqrt{2}}\rightarrow$$

$$n_B=n_A\sqrt{2}\rightarrow n_B=2\sqrt{2}.$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Snell:

$$n_A\cdot \eta\mu\theta_\alpha=n_B\cdot \eta\mu\theta_b \rightarrow \eta\mu\theta_b=\frac{n_A}{n_B}\eta\mu\theta_\alpha\rightarrow$$

$$\eta\mu\theta_b=\frac{1}{\sqrt{2}}\eta\mu 45^o=\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2}\rightarrow \eta\mu\theta_b=\frac{1}{2}\rightarrow \theta_b=30^o.$$

Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης συμβαίνει μόνο όταν η ακτίνα μεταβαίνει από μέσο Α σε μέσο Β, για τα οποία ισχύει $n_A>n_B$. Όμως, το μέσο Α έχει δείκτη διάθλασης $n_A=2$ και το μέσο Β δείκτη διάθλασης $n_B=2\sqrt{2}$, δηλαδή $n_A<n_B$. Άρα δεν υπάρχει τιμή της γωνίας

προσπτωσης για την οποία η ακτίνα υφίσταται ολική ανάκλαση,κατά τη μετάβασή της από το μέσο Α στο μέσο Β. Αντίστοιχα δεν υπάρχει και οριακή γωνία ανάκλασης.

β. Το μήκος κύματος της ακτίνας στο μέσο Β είναι:

$$\frac{n_A}{n_B}=\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\rightarrow \lambda_B=\frac{n_A\lambda_A}{n_B}=\frac{2\cdot 3}{2\sqrt{2}}m=\frac{3}{\sqrt{2}}m=\frac{3\sqrt{2}}{2}m\rightarrow$$

$$\lambda_B=1{,}5\sqrt{2}m.$$

Όπως φαίνεται στο σχήμα, η διαδρομή της ακτίνας μέσα στο μέσο Β είναι ίση με $s=(\Gamma\Delta)$. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΓΔΖ έχουμε ότι:

$$\sigma\upsilon\nu\theta_b=\frac{(\Gamma Z)}{(\Gamma\Delta)}=\frac{h}{s}\rightarrow s=\frac{h}{\sigma\upsilon\nu\theta_b}=\frac{3\sqrt{6}}{\sigma\upsilon\nu 30^o}m=\frac{3\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}m\rightarrow$$

$$s=6\sqrt{2}m.$$

Ο αριθμός των μηκών κύματος N_λ που αντιστοιχεί στη διαδρομή της ακτίνας μέσα στο μέσο Β είναι:

$$N_\lambda=\frac{s}{\lambda_B}=\frac{6\sqrt{2}}{1{,}5\sqrt{2}}\rightarrow N_\lambda=4 \text{ μήκη κύματος.}$$

Τα θέματα επιμελήθηκαν τα φροντιστήρια

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ»
Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2011
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική Κατεύθυνσης

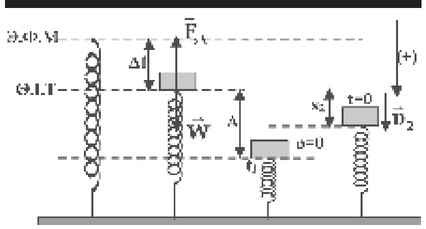
Επιλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές της Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ΄ τάξης Ενιαίου Λυκείου.

Άσκηση: Το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου στερεώνεται σε οριζόντιο δάπεδο και στο άλλο άκρο προσδένεται σώμα, που προκαλεί συσπείρωση του ελατηρίου κατά $\Delta l=2{,}5$ cm. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά $x_1=4$ cm προς τα κάτω (θετική φορά) και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε κάνει Α.Α.Τ. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_2=2$ cm με ταχύτητα $u_2=40$ cm/s. Την ίδια χρονική στιγμή ($t=0$) η κινητική ενέργεια του σώματος είναι $K=0{,}16$ J και μειώνεται.

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, **β.** Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά μετά τη στιγμή $t=0$, **γ.** Να υπολογίσετε τα χρονικά διαστήματα που η ταχύτητα του σώματος είναι ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς, στη διάρκεια της πρώτης περιόδου, **δ.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για μία περίοδο, **ε.** Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με την απομάκρυνση, $K=f(x)$ και να την παραστήσετε γραφικά.

Δίνεται $g=10$ m/s^2.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι: $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$ (1)

Αρχικά απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορρπίας κατά $x_1=4$cm προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο, δηλαδή $u=0$.

Άρα: $x_1=A \rightarrow A=4\cdot 10^{-2}$m.Η κινητική ενέργεια του σώματος δίνεται από τον τύπο:

$$K=\frac{1}{2}mu^2 \xrightarrow{t=0} 0{,}16=\frac{1}{2}m\,(0{,}4)^2 \rightarrow 0{,}16=\frac{1}{2}0{,}16m \rightarrow m=2\text{Kg}.$$

Εφαρμόζοντας συνθήκη ισοροπίας στη Θ.Ι.Τ έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \rightarrow w-F_{\varepsilon\lambda}=0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=w \rightarrow k\Delta 1=mg \rightarrow$$

$$k=\frac{mg}{\Delta 1}=\frac{2}{2{,}5\cdot 10^{-2}} \rightarrow k=800\text{N/m}.$$

Για το σύστημα ελατηρίου-μάζας ισχύει:

$$D=k=m\omega^2 \rightarrow \omega^2=\frac{k}{m}=\frac{800}{2}=400 \rightarrow \omega=20\text{rad/s}.$$

Για $t=0$ η κινητική ενέργεια του σώματος είναι $K=0{,}16$J και μειώνεται άρα και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μειώνεται. Δηλαδή, το σώμα κινείται προς την ακραία θέση ($x=+A$) και η ταχύτητα του για $t=0$ είναι θετική ($u>0$).

$$(1) \xrightarrow{t=0} 2\sqrt{3}\cdot 10^{-2}=4\cdot 10^{-2}\eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0=\frac{\sqrt{3}}{2}=\eta\mu\frac{\pi}{3}.$$

Γράφουμε τις τριγωνομετρικές εξισώσεις:

$$\varphi_0=2\kappa\pi+\frac{\pi}{3}\,(2) \text{ και } \varphi_0=2\kappa\pi+\pi-\frac{\pi}{3}=2\kappa\pi+\frac{2\pi}{3}\ (\kappa\in Z)\ (3),$$

όπου $0\leq\varphi_0<2\pi$

Για $\kappa=0$: $(2)\rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{3}$. Επειδή $u=u_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}>0$ δεκτή.

$(3)\rightarrow\varphi_0=\frac{2\pi}{3}$. Επειδή $u=u_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}<0$ απορρίπτεται.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι: $(1)\rightarrow x=4\cdot 10^{-2}\eta\mu(20+\frac{\pi}{3})$ (S.I)

β. Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:$u=u_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)=\omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)=20\cdot 4\cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu(20t+\pi/3)\rightarrow$ $u=0{,}8\ \sigma\upsilon\nu(20t+\pi/3)$ (4)

$$(4) \xrightarrow{u=0} \sigma\upsilon\nu(20t+\frac{\pi}{3})=0 \rightarrow 20t+\frac{\pi}{3}=(2\kappa+1)\frac{\pi}{2}\ (\kappa\in Z)\ (5)$$

Για $\kappa=0$: $(5)\rightarrow 20t+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}\rightarrow 20t=\frac{\pi}{6}\rightarrow t=\frac{\pi}{120}$s.

Για $\kappa=1$: $(5)\rightarrow 20t+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}\rightarrow 20t=\frac{7\pi}{6}\rightarrow t=\frac{7\pi}{120}$s.

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται, για πρώτη φορά μετά τη στιγμή $t=0$, τη χρονική στιγμή: $t_1=\pi/120$s.

γ. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{20}s\rightarrow T=\frac{\pi}{10}$s.

Η δύναμη επαναφοράς έχει πάντοτε κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας. Άρα η ταχύτητα του σώματος είναι ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς, όταν το σώμα κινείται από την κάτω ακραία θέση ($x=+A$) μέχρι τη Θ.Ι.Τ και από την πάνω ακραία θέση ($x=-A$) μέχρι τη Θ.Ι.Τ.Το σώμα στη διάρκεια της πρώτης περιόδου φτάνει στην κάτω ακραία θέση ($u=0$) τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/120$ s. Στη Θ.Ι.Τ φτάνει για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή:

$$t_2=t_1+\frac{T}{4}=\frac{\pi}{120}+\frac{\pi}{40}\rightarrow t_2=\frac{\pi}{30}\text{s}.$$

Το σώμα φτάνει στην πάνω ακραία θέση ($x=-A$) τη χρονική στιγμή:

$$t_3=t_1+\frac{T}{2}=\frac{\pi}{120}+\frac{\pi}{20}\rightarrow t_3=\frac{7\pi}{120}\text{s}.$$

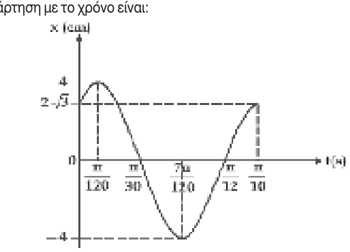
Το σώμα φτάνει στη Θ.Ι.Τ για δεύτερη φορά τη χρονική στιγμή:

$$t_4=t_1+\frac{3T}{4}=\frac{\pi}{120}+\frac{3\pi}{40}\rightarrow t_4=\frac{\pi}{12}\text{s}.$$

Άρα τα χρονικά διαστήματα που η ταχύτητα του σώματος είναι ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς είναι:

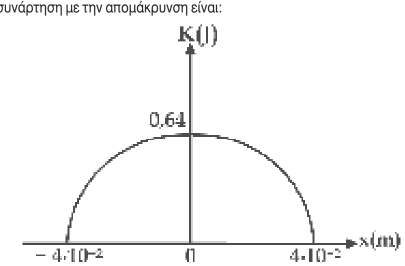
$$\Delta t_1=(\frac{\pi}{30}-\frac{\pi}{120}) \text{ και } \Delta t_2=(\frac{\pi}{12}-\frac{7\pi}{120})$$

δ. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:



ε. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης (Α.Δ.Ε.Τ) έχουμε ότι: $K+U=E_{o\lambda}\rightarrow K=E_{o\lambda}-U=1/2kA^2-1/2kx^2\rightarrow$ $K=1/2\ 800\cdot 16\cdot 10^{-4}-1/2\ 800x^2\rightarrow K=0{,}64-400x^2$ (S.I)

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με την απομάκρυνση είναι:



Τα θέματα επιμελήθηκαν τα φροντιστήρια

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ»
Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ