

Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής

Επιλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές της Γ' τάξης Ενιαίου Λυκείου.

Θέμα 1^ο:
Δίνονται: $\bar{x}=2$, $S^2=2,25$ και $S^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^k v x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k v x_i)^2}{v} \right]$

i) Δείξτε ότι $S^2 = \sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2$

ii) Να συμπληρωθεί ο πίνακας

x_i	f_i
0	0,250
1	0,125
2	
3	
4	0,250

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ 1^ο ΘΕΜΑ

$$i) S^2 = \frac{1}{v} \left[\sum v x_i^2 - \frac{(\sum v x_i)^2}{v} \right] = \frac{\sum v x_i^2}{v} - \frac{(\sum v x_i)^2}{v^2} = \frac{\sum v x_i^2}{v} - \bar{x}^2 = \sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

ii)

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	0,250	0	0
1	0,125	0,125	0,125
2	$f_3 =$	$2f_3$	$4f_3$
3	f_4	$3f_4$	$9f_4$
4	0,250	1	4

$$1,00 \quad 2f_3 + 3f_3 + 1,125 \quad 4f_3 + 9f_4 + 4,125$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \Leftrightarrow 2 = \frac{2f_3 + 3f_3 + 1,125}{1,00} \Leftrightarrow 2f_3 + 3f_3 = 0,875 \quad (1)$$

$$S^2 = \sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2 \Leftrightarrow 2,25 = 4f_3 + 9f_4 + 4,125 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4f_3 + 9f_4 = 2,125 \quad (2)$$

Από την λύση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) λαμβάνουμε:

$$\begin{cases} 2f_3 + 3f_4 = 0,875 \\ 4f_3 + 2f_4 = 2,125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4f_3 - 6f_4 = -1,750 \\ 4f_3 + 2f_4 = 2,125 \end{cases}$$

$$3f_4 = 0,375 \text{ άρα } f_4 = 0,125 \text{ και } f_3 = 0,250.$$

Θέμα 2^ο:

Δίνονται: $\bar{x}^2=2$, $S^2=2,25$ και $S^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^k v x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k v x_i)^2}{v} \right]$

i) Δείξτε ότι: $S^2 = \frac{\sum v x_i^2}{v} - \bar{x}^2$

ii) Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

x_i αρ. παιδιών	v_i οικογένειες
0	10
	5
	10
3	5
4	10

$v=40$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ 2^ο ΘΕΜΑ

$$i) S^2 = \frac{1}{v} \left[\sum v x_i^2 - \frac{(\sum v x_i)^2}{v} \right] = \frac{\sum v x_i^2}{v} - \frac{(\sum v x_i)^2}{v^2} = \frac{\sum v x_i^2}{v} - \bar{x}^2$$

ii)

x_i	v_i	$v_i x_i$	x_i^2	$v_i x_i^2$
0	0	0	0	0
x_2	5	$5x_2$	x_2^2	$5x_2^2$
x_3	10	$10x_3$	x_3^2	$10x_3^2$
3	5	15	9	45
4	10	40	16	160

$$v=40 \quad 5x_2 + 10x_3 + 55 \quad 5x_2^2 + 10x_3^2 + 205$$

$$\bar{x}^2 = \frac{\sum v x_i}{v} \Leftrightarrow 2 = \frac{5x_2 + 10x_3 + 55}{40} \Leftrightarrow 5x_2 + 10x_3 = 25$$

ή

$$x_2 + 2x_3 = 5 \quad (1)$$

$$S^2 = \frac{\sum v x_i^2}{v} - \bar{x}^2$$

ή

$$2,25 = \frac{5x_2^2 + 10x_3^2 + 205}{40} - 4 \Leftrightarrow 6,25 = \frac{5x_2^2 + 10x_3^2 + 205}{40} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x_2^2 + 10x_3^2 = 45 \quad \text{ή} \quad x_2^2 + 2x_3^2 = 9 \quad (2)$$

Από τη λύση του (Σ) των εξισώσεων (1) και (2) λαμβάνουμε:

$$x_3 = 2, \quad x_2 = \frac{8}{6} \text{ (απορ.)}, \text{ και } x_2 = 1.$$

$$\text{Άρα } x_2 = 1, \quad x_3 = 2.$$

Τα θέματα επιμελήθηκαν τα φροντιστήρια

« ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ »

Α. ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ