



Τρίτη 6 Μαΐου 2014

Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΝΕΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ

Επιμέλεια: Φροντιστήρια «ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ»
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α:

A1. Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Δείξτε ότι $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Μονάδες 10

A2. Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης που αποτελείται από πεπερασμένο πλήθος απλών ενδεχομένων και A ένα ενδεχόμενο του Ω . Τι ονομάζουμε πιθανότητα $P(A)$ του ενδεχομένου A ;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

i) Για κάθε πραγματικό x ισχύει $|x| = |-x|$.

ii) Αν $x \in \mathbb{R}$ τότε $\sqrt{x^2} = x$.

iii) Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι ΑΠ τότε $\beta^2 = \alpha\gamma$.

iv) Για την πιθανότητα ενός ενδεχομένου A ισχύει $-1 \leq P(A) \leq 1$.

v) Έστω $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Αν $\Delta > 0$ τότε ισχύει: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = (x - \rho_1)(x - \rho_2)$ όπου ρ_1, ρ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β:

Από τους 200 μαθητές της Α΄ Λυκείου ενός σχολείου οι 80 μαθητές ασχολούνται με το ποδόσφαιρο, οι 60 μαθητές με το μπάσκετ και οι 40 και με τα δύο αθλήματα.

Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων

B1. Α: να ασχολείται με το ποδόσφαιρο.

Β: να ασχολείται με το μπάσκετ

Μονάδες 5

B2. Να ασχολείται και με τα δύο αθλήματα.

Μονάδες 5

B3. Να ασχολείται με ένα τουλάχιστο από τα δύο αθλήματα.

Μονάδες 5

B4. Να ασχολείται μόνο με το ποδόσφαιρο.

Μονάδες 5

B5. Να μην ασχολείται με κανένα άθλημα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1. Ο 6^{ος} όρος μιας αριθμητικής προόδου (ΑΠ) είναι 21 και ο 9^{ος} όρος είναι 33. Να βρείτε τον πρώτο όρο της ΑΠ a_1 και την διαφορά ω .

Μονάδες 8

Γ2. Αν $a_1=1$ και $\omega=4$

i) Να βρείτε τον a_{25} .

ii) Ποιος όρος είναι ο 61.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το άθροισμα $S=a_{10}+a_{11}+\dots+a_{20}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\sqrt{x^2-4x+4}-3$, $g(x)=\frac{x^2-9}{|x|-3}$.

Δ1. Δείξτε ότι $f(x)=|x-2|-3$.

Μονάδες 6

Δ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της g και να δείξετε ότι $g(x)=|x|+3$ για κάθε x .

Μονάδες 7

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=g(x)-6$.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A3. i) Σ, ii) Λ, iii) Λ, iv) Λ, v) Λ

ΘΕΜΑ Β

$$\mathbf{B1.} P(A) = \frac{80}{200} = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$$

$$\mathbf{B2.} P(A \cap B) = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

$$\mathbf{B3.} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{B4.} P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\mathbf{B5.} P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\mathbf{\Gamma 1.} \begin{aligned} \alpha_6 &= 21\omega = 21\omega = 21\omega = 1 \\ \alpha_9 &= 33\omega = 33\omega = 33\omega = 4 \end{aligned}$$

$$\mathbf{\Gamma 2.} \text{ i) } \alpha_{25} = \alpha_1 + (25 - 1)\omega = 1 + 24\omega = 97$$

$$\text{ ii) } \alpha_v = \alpha_1 + (v - 1)\omega = 61 = 1 + (v - 1)4 \Rightarrow v - 1 = 15 \Rightarrow v = 16. \text{ Άρα ο } \alpha_{16} = 61.$$

$$S = S_{20} - S_9$$

$$= \frac{12X + (20 - 1)4\omega}{2} - \frac{12X + (9 - 1)4\omega}{2} =$$

$$= \frac{(2 + 19\omega)20 - (2 + 8\omega)9}{2} =$$

$$= \frac{78\omega - 34\omega}{2} =$$

$$= 78\omega - 17\omega = 780 - 153 = 627$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την f έχουμε: $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ ή $(x - 2)^2 \geq 0$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Οπότε
 $f(x) = \sqrt{(x - 2)^2} - 3 = |x - 2| - 3$.

Δ2. Για την g έχουμε: $|x| - 3 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \geq 3 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus (-3, 3)$.

Άρα το πεδίο ορισμού της g είναι $A = \mathbb{R} \setminus (-3, 3)$.

Οπότε $f(x) = \frac{|x|^2 - 9}{|x| - 3} = \frac{(|x| - 3)(|x| + 3)}{|x| - 3} = |x| + 3$ για κάθε $x \in A$.

Δ3. Είναι $f(x) = g(x) - 6 \Leftrightarrow |x - 2| - 3 = |x| + 3 - 6 \Leftrightarrow$

$|x - 2| = |x| \Leftrightarrow x - 2 = x$ ή $x - 2 = -x \Leftrightarrow -2 = 0$ (ΑΔΥΝΑΤΗ) ή $2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Δ4. Η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον x ' x όταν $f(x) < 0$ δηλ.

$|x - 2| - 3 < 0 \Leftrightarrow |x - 2| < 3 \Leftrightarrow$

$-3 < x - 2 < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$.

Άρα η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον x ' x για κάθε $x \in (-1, 5)$.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ