

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ
ΚΑΙ ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΠΟΥ ΥΠΗΡΕΤΟΥΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ
ΤΕΤΑΡΤΗ 7 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΟΜΑΔΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Ι & ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x | \sin x = 0\}$ ισχύει

$$(\varepsilon \varphi x)' = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

Μονάδες 10

A2. Έστω f μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζεται αρχική συνάρτηση ή παράγουσα της f στο Δ ;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 1$.

β. Το πεδίο ορισμού της $g \circ f$ αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού της f , για τα οποία το $f(x)$ ανήκει στο πεδίο ορισμού της g .

γ. Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f .

δ. Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως αύξουσα και παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ ισχύει $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \Delta$.

ε. Αν η f είναι μια συνεχής συνάρτηση στο $[a, \beta]$, τότε ισχύει

$$\int_a^\beta f(x) dx = - \int_\beta^a f(x) dx.$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x - 1}{x + 1}$, $x \neq -1$, όπου το α είναι ένας πραγματικός αριθμός.

B1. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(3,2)$.

Μονάδες 5

Αν $\alpha = 3$ τότε:

B2. Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1.

Μονάδες 6

B3. Να αποδείξετε ότι η αντίστροφη συνάρτηση της f είναι η $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3-x}$, $x \neq 3$.

Μονάδες 7

B4. Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και f^{-1} .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x + 1 - \frac{1}{x-2}$, $x > 2$.

Γ1. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να αποδείξετε ότι η f είναι κοίλη στο διάστημα $(2, +\infty)$.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν $E(\lambda)$ του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και τις ευθείες $y = x + 1$, $x = \lambda$ και $x = \lambda + 1$ με $\lambda > 2$.

Μονάδες 8

Γ4. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in (2, +\infty)$ ισχύει $E(\lambda) > \ln 2$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ \frac{x \ln x}{x-1}, & 0 < x \neq 1 \\ 1, & x = 1. \end{cases}$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο διάστημα $[0, +\infty)$.

Μονάδες 8

Δ2. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$.

Μονάδες 7

Δ3. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > 0$ ισχύει $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) + \ln x$.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(e^x)}{e^{f(x)}}$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 17:00.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ